

# MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET

Kerettanterv  
9–10. szakiskolai évfolyam

Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve  
„A típus”

2008

A kiadvány az Educatio Kht.  
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program  
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási  
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete  
és használata. A teljes programcsomag elérhető: [www.educatio.hu](http://www.educatio.hu) címen.

**Educatio Kht. 2008.**

## Bevezető a szakiskola 9–10. évfolyam matematika kerettantervéhez

### Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, hogy biztosítson a tanulók számára szilárd, korszerű matematikai műveltséget. A tanulók rendelkezzenek olyan matematikai képességekkel, matematikai kompetenciával, ami megfelelő alapot képez a választott szakmájuk elsajátításához, és tanulmányaik tovább folytatásához. Képesek legyenek alkalmazni az elsajátított alapvető matematikai ismereteket, elveket, gondolkodási folyamatokat a további ismeretszerzésben, az életvitelükben és a szakmájukban adódó problémák megoldásában.

Tantervünk figyelembe veszi a szakiskolába kerülő tanulók speciális oktatási és nevelési igényeit. Ezért igen nagy jelentőséget kap a hiányos előismeretekkel érkező tanulók felzárkóztatása, az alapkészségek fejlesztése.

Ugyancsak nagy figyelmet kell fordítani arra, hogy a szakiskolai képzésbe kapcsolódó tanulók közt jelentős számban vannak ingerszegény környezetből érkező, hátrányos helyzetű tanulók. Ezért a matematikai kompetencia fejlesztése közben ki kell használni minden lehetőséget a tanulók egész személyiségének értékeken alapuló nevelésére is.

Ennek következtében képesek legyenek figyelem összpontosításra, kitartó, pontos munkára, saját munkájuk ellenőrzésére, teljesítményük reális értékelésére. Tudjanak csoportban, közösségben együtt dolgozni, egymást segíteni, egymással kulturáltan kommunikálni. Véleményüket elmondani, másokét meghallgatni, és tudjanak logikusan érvelni.

### Fejlesztési feladatok és követelmények

#### A matematikai kompetencia fejlesztése

A NAT-ban a „Matematikai kompetencia” kulcskompetencia. Ennek fejlesztése komplex módon megjelenik a tanterv minden rovatában.

#### A matematikai szemlélet fejlesztése

A szakiskolai matematikaoktatásban a szemléletesen kialakított fogalmak megerősítésére és tovább fejlesztésére kell törekednünk. A már meglévő ismereteket, folyamatokat, eljárásokat valamely rendezési elv alapján erősítsük meg és fejlesszük tovább. Ez az elv a mi tananyagfeldolgozási módszerünkben a halmaz-, függvény-szemlélet.

Alkossunk halmazokat a körülöttünk lévő tárgyakkól, a tanulók által ismert fogalmakból, folyamatokból. Rendezzük halmazokba a már megismert számokat, majd fejlesszük tovább a számfogalmat a valós számok halmazának szemléletes megismeréséig.

Fordítsunk nagy gondot a megbízható számolási készség kialakítására. Végeztessünk becsléseket, ellenőriztessük eredményeket. Használjanak a tanulók zsebszámológépet. Hívjuk fel figyelmüket annak értelmes használatára, különös tekintettel a műveleti sorrendre.

Idézzük fel és egészítsük ki az általános iskolából hozott függvény fogalmat. Keressünk és létesítsünk kapcsolatokat halmazok elemei közt, vizsgáljunk különböző hozzárendeléseket, ennek alapján fejlesszük a reláció fogalmát, és a függvény fogalmát. Mutassuk meg, hogy a változó mennyiségek közti kapcsolatok egy része leírható függvényekkel.

Készítsünk grafikonokat és elemezzünk grafikonokat. Ábrázoljunk függvényeket többféle módon. Mutassuk meg, hogy a síkban, a térben egy adott hely (adott pont) koordináta-rendszerrel és rendezett számpárossal, számhármassal meghatározható.

Fejlesszük a mérés fogalmát. Fordítsunk gondot a mértékegységek biztonságos átváltására.

A környezetünk tárgyaiból kiindulva, geometriai modellek segítségével fejlesszük a tanulók sík- és térszemléletét.

Vizsgáljuk a függvényeket a geometriában: geometriai transzformációk, szögfüggvények.

### **Gyakorlottság a tanult ismeretek alkalmazásában**

A tanult ismeretek egy részét, közvetlenül, az újabb matematikai ismeretek elsajátításában alkalmazzuk (halmazokról tanultakat a függvények fogalmának fejlesztésében, függvényekről tanultakat az egyenlet megoldások során, a sík geometriai ismereteket a térgeometriában, stb.). Ez megkönnyíti a matematikai ismeretek elsajátítását, és egységes rendszerbe foglalását.

A matematika oktatás döntő fontosságú feladata, hogy az egyén képes legyen a tanult ismereteket, jártasságokat alkalmazni az életvitelében, szakmájában felmerülő problémák megoldásában.

Ezért bőséges mennyiségű példát kell adnunk a mindennapi élet legkülönbözőbb területein, és a választhatószakmákban történő alkalmazásra. Ezt megfelelő szöveges feladatok válogatásával tudjuk elérni. Ezek közt kiemelt jelentőségűek az arányossági, az ezen alapuló százalékszámítási feladatok, a szövegek alapján egyenletek felírása, megoldása, továbbá a geometriai számításos feladatok: kerület, terület, felszín és térfogat számítások.

### **A matematikai ismeretszerzés és gondolkodási műveletek fejlesztése**

A matematikai kompetenciához a valóság megismerése vezet. Ehhez a szemléletből kiindulva sokféle tapasztalatszerzés szükséges, amely alapos figyelmet igényel. A tapasztalatokat vizsgálni, elemezni, rendszerezni kell, a lényeges jegyeket kiemelni, a lényegtelenről elválasztani, ennek alapján általánosítani, majd megalkotni a megfelelő modellt.

A matematikai megismerés folyamata nem merül ki a modellalkotással. Az egyszerű modellekből kiindulva ezt követi a logikai következtetések sora, amelyek újabb és újabb modellek, folyamatok megismeréséhez vezetnek. Lényegében ez folyamat a logikus gondolkodás.

Eközben olyan személyiségjegyek fejlődnek, mint ítélőképesség, kritikai érzék, önkritika, a gondolkodás fegyelmezettsége, alaposság, körültekintés, ötletesség, találékonyság, kitartás.

A megszerzett ismereteket valamilyen formában meg is kell fogalmazni, rögzíteni, le is kell jegyezni.

Itt újabb fejlesztési területeknek jut szerep: kifejezőképesség, esztétikai érzék, kézügyesség fejlesztése.

Az ismeretszerzés fontos része az ismerethordozók és technikai segédletek használatának képessége (Digitális kompetencia). Ez a szakiskolában többnyire a zsebszámológépek értelmes használatának képességét jelenti, de módunk van kapcsolódni az informatikai technológiák kritikus használatának fejlesztéséhez is.

Az ismeretszerzés, képességfejlesztés osztálykeretben történik. A közösségben végzett munka újabb fejlesztési lehetőségeket nyújt: helyes közösségi magatartás, jól értelmezett segítőkészség, szóbeli kifejezőképesség, vitakészség, siker és kudarc elviselésének képessége, igazi belátáson, nem tekintélyalapon történő véleményváltoztatás képessége.

A tantervben a NAT egyéb kulcskompetenciái és kiemelt fejlesztési feladatai, amelyekre az anyagrész feldolgozása során fokozott hangsúlyt helyezünk, a „Fejlesztési feladatok, kapcsolatok más területekkel” című rovatában jelennek meg.

Ezért megszámoztuk azokat a következőképpen:

### ***Kulcskompetenciák***

1. Anyanyelvi kommunikáció
  2. Idegen nyelvi kommunikáció
  3. Matematika kompetencia
  4. Természettudományos kompetencia
  5. Digitális kompetencia
  6. A hatékony, önálló tanulás
  7. Szociális és állampolgári kompetencia
  8. Kezdeményzőképesség és vállalkozói kompetencia
  9. Esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség
- A szövegben a jelölésük: **(4. K)**, 4. Természettudományos kompetencia

### ***Kiemelt fejlesztési feladatok***

1. Énkép, önismeret
2. Hon és népismeret
3. Európai azonosságtudat - egyetemes kultúra
4. Aktív állampolgárságra, demokráciára nevelés
5. Gazdasági nevelés
6. Környezettudatosságra nevelés
7. A tanulás tanítása
8. Testi és lelki egészség
9. Felkészülés a felnőttlét szerepeire

A szövegben a jelölésük: **(5. F)**, 5. Gazdasági nevelés

Mivel a „matematikai kompetencia a matematikai gondolkodás fejlesztésének és alkalmazásának képessége”, ezért ennek fejlesztése általában is a gondolkodás fejlesztése, ezáltal felkészíti az egyént a mindennapok problémáinak megoldására is. (NAT)

Ílymódon lényegében majdnem minden kulcskompetenciához, és fejlesztési feladathoz bizonyos mértékben hozzá kapcsolható.

*Az anyanyelvi kommunikáció* jelentősége a matematikai kompetencia fejlesztésében is elsőrendű fontosságú.

Szövegértés, a mondanivaló pontos kifejezése szóban és írásban nélkülözhetetlen. A problémák többsége szöveg alapján, vagy egyéb kommunikáció során fogalmazódik meg. A matematika és az anyanyelv kapcsolata nem korlátozódik pusztán a szöveges feladatok értelmezésére, megoldására, hanem szerves része a kognitív képességek fejlődésének.

A hatékony *önálló tanulás képessége* szorosan kapcsolódik az anyanyelvi kompetenciához. A tanulás tanítása, a saját tanulási stratégia kialakítása folyamatosan meg kell, hogy jelenjék a tanításban. Ez általában egyénre szabott, de vannak olyan általános eljárások, amelyekre fel kell hívunk a tanulók figyelmét:

Az eredményes tanulás első feltétele a megfelelő időbeosztás. Készítsen a tanuló időbeosztási tervet. Ezután fogjon hozzá a tanuláshoz. Olvassa el és értelmezze a feladatot, keresse meg a problémamegoldáshoz szükséges adatokat, készítsen megoldási tervet, és mindig ellenőrizze eredményeit.

Ha a megoldáshoz szükséges, valamely ismeret hiányzik, vagy feledésbe merült, akkor nézzen utána tankönyvben, lexikonban, Interneten. Meg kell a tanulókat tanítanunk ezeknek a segédeszközöknek a használatára.

Végül pedig tudatosítanunk kell a tanulóknak, hogy vannak olyan ismeretek, adatok, amiket meg kell jegyezni. Ezeket többszöri ismétléssel, gyakorlással lehet rögzíteni. Segíthet, ha ezeket maguknak kigyűjtik, lejegyzik. Például kártyákat, számukra nehezen megjegyezhető képletekből képletgyűjteményt, mértékegység átváltáshoz átváltási arány-táblázatot készítenek.

A *természettudományos kompetencia* a matematikaoktatásban ugyancsak kiemelt szerepet kap, különösen a szakiskolai képzésben. Hiszen „A természettudományos kompetencia birtokában az egyén képes mozgósítani a természettudományos és műszaki műveltségét, a munkájában és a hétköznapi életben felmerülő problémák megoldása során. Gyakorlatias módon tudja a tudást alkalmazni új technológiák, berendezések megismerésében és működtetésében”. (NAT)

Fontosnak tartjuk kiemelni még a *kezdemenyezőképesség és vállalkozói kompetenciát*, és az ehhez kapcsolható *gazdasági, illetve környezettudatosságra nevelés* fontosságát. Ezekben való jártasság ma már, ugyanúgy, mint a műszaki és informatikai műveltség, az általános műveltség része. A matematikaoktatásnak, a megfelelő feladatok kiválasztásával, gyakorlatilag lehetősége van a kiemelt fejlesztési feladatok csaknem minden nevelési területére hatást gyakorolni.

A szakiskolában, tekintettel a jelentős arányú hátrányos helyzetű tanulóakra, különös figyelmet kell szentelnünk a *szociális érzékenység* fejlesztésére.

Meg kell még említenünk az *esztétikai kifejezőképesség* fejlesztését. A tanulók munkadarabokat, használati- és dísz tárgyakat fognak készíteni. Lényeges, hogy ezek praktikusságuk mellett esztétikusak is legyenek. Ehhez fontos, hogy iskolai munkáik, füzetük, rajzaik is esztétikusak legyenek.

A szakiskolai tanulók általában korábban helyezkednek el a munka világában, mint a többi középiskolai tanuló, továbbá a hátrányos helyzetű tanulók nem rendelkeznek megfelelő családi háttérrel, ezért ebben az iskolatípusban fokozottabb figyelmet kell fordítanunk a *felnőttlétre történő felkészítésre* is. Ezt megfelelő feladatok, problémák, felvetésével tudjuk biztosítani. Erre szolgálnak a szakmai, továbbá az eredményes vállalkozásra, gazdálkodásra, egészséges életmódra vonatkozó feladatok.

## 9. évfolyam

### tervezett órakeret: 74 óra

#### 1. Gondolkodási módszerek

(4 óra, a még szükséges idő beépül az egyes témák órakeretébe)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.	Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása következtetéssel	Legegyszerűbb kombinatorikai fogalmak. <b>(9.1.M)</b>	
A halmaz fogalmának felidézése, továbbfejlesztése. Pontos szövegértés. A definíciók fogalmának előkészítése. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése</u> egyéb területekkel: Halmazba rendezések, csoportosítás, a halmazszemlélet alkalmazása más műveltségi területeken, tantárgyakban, szakmai problémák megoldásában. <b>(1.K), (4.K)</b>	Konkrét dolgok csoportosítása adott szempontok szerint. Közös tulajdonság keresése egy konkrét elemekből álló halmaz esetén. Halmazok megadása közös tulajdonsággal (ha van ilyen). Venn-diagram készítése, értelmezése. Halmazok megadása, közös rész elemeinek felismerése. A közös rész, különbség elemei számának megállapítása konkrét feladat alapján. Halmazok közös részének keresése, halmazok egyesítése. Kevés szá-mú elem-ből álló hal-mazok számosságának megállapítása.	A halmaz szemléletes fogalma, megadása. Halmazok elemeinek száma. Véges és végtelen halmazok. Halmazok közös része, egyesített halmazok. Részhalmaz fogalma. Számhalmazok. <b>(9.1.M)</b>	A tanulók ismerjék a halmaz szemléletes fogalmát, megadását.



## 2. Racionális számok, műveletek racionális számokkal

(24 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>A számfogalom kiterjesztésének előkészítése, a racionális számok nem fedik le a számegyenes minden pontját.</p> <p>Függvénykapcsolat, hozzárendelés felidézése (a számegyenes pontjaihoz számok rendelése).</p>	<p>Racionális számok ábrázolása a számegyenesen.</p>	<p>A racionális szám fogalma. Számok helye a számegyenesen.</p> <p>Tízes számrendszer elve.</p> <p><b>(9.2.M)</b></p>	<p>Ismerjék a racionális szám fogalmát. Tudják a racionális számokat ábrázolni számegyenesen.</p> <p>Értsék a tízes számrendszer elvét.</p>
<p>Kellő pontosságú becslések számítások, előtt.</p> <p>A becslés, kerekítés reális voltának eldöntése.</p> <p>A zsebszámológép értelmes használatának fejlesztése. <b>(5. K)</b></p>	<p>Műveletek végzése a racionális számok körében fejből, írásban, zsebszámológéppel. A műveleti tulajdonságok alkalmazása műveletvégzés megkönnyítése érdekében. Becslések, kerekítések végeztetése, eredmények ellenőrzése.</p>	<p>Alapműveletek a racionális számok körében. Műveleti tulajdonságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Műveletek sorrendje.</p> <p><b>(9.2.M)</b></p>	<p>Biztonságosan el tudják végezni a négy alapműveletet a racionális számok körében.</p> <p>Ki tudják számítani egyszerű algebrai kifejezések értékét adott racionális számok esetén.</p> <p>Az eredményt meg tudják becsülni, és szükség esetén tudjanak kerekíteni. Tudják elvégezni a műveleteket zsebszámológéppel is, és tudják ellenőrizni eredményüket.</p>

<p>Algoritmikus gondolkodások fejlesztése. Néhány lépéses algoritmusok készítése (osztók, közös osztók keresése).</p>	<p>Oszthatóság alkalmazása törtes műveletek végzése során. Közös osztók, közös többszörösök keresése konkrét feladatokban.</p>	<p>Oszthatóság, oszthatósági szabályok (2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel, 25-tel, 10 hatványaival). Közös osztó, közös többszörös. <b>(9.2.M)</b></p>	<p>Tudjanak közös nevezőt találni a különböző nevezőjű törtekkel végzett műveletek esetében.</p>
<p>Matematikai szövegek, szöveges feladatok értelmezése, elemzése. <b>(1.K)</b> Matematikai fogalmak, összefüggések alkalmazása a gyakorlatban, illetve a szakmai számításokban. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> Szöveges feladatok megoldása az életvitel kapcsán felmerülő problémák, és a szakmacsoport speciális igényei alapján. Arányosság, százalékszámítás alkalmazása: pl. élelmiszerek kalóriatartalma, összetevők százalékos aránya, pénzügyek intézése során kamatszámítás. Gazdaságföldrajzi adatok összehasonlítása, népességi adatok, éghajlati adatok stb. Kémiában oldatok készítése,</p>	<p>Arányosság felismerése egyenes és fordított arányosság esetén. (Hányszorososa, hányadrésze) Egyszerűbb arányossági feladatok megoldása következtetéssel, illetve aránypárral, egyenes és fordított arányosság esetén. Gyakorlatból vett problémák alapján mennyiségek felosztása adott arányban. A gyakorlatban előforduló, százalékszámításra vezető feladatok megoldása. Kamatszámítás (1-3 évre).</p>	<p>Arány, arányosság fogalma. Egyenes és fordított arányosság. Százalékszámítás. <b>(9.3.M), (9.4.M)</b></p>	<p>A tanulók értsék az arány fogalmát (hányszorosa, hányadrésze). Ismerjék az arányos mennyiségeket egyenes és fordított arányosság esetén. Tudjanak egyszerű arányossági feladatokat következtetéssel és aránypár segítségével megoldani. Meg tudjanak oldani a gyakorlatban előforduló százalékszámítási, és egyszerűbb esetekben (1-3 év) kamatszámítási feladatokat.</p>

<p>keverési arányok, százalékok, stb. Vállalkozások gazdaságossága, adó- és járulékszámítás, részekre osztás. Munkavégzéssel kapcsolatos teljesítési százalékok, hibaszázalékok. <b>(8.K), (5.F), (6.F), (9.F)</b></p>			
<p>Kellő pontosságú becslések mérések előtt. Annak felismerése, hogy vannak mennyiségek, amelyek nem jellemezhetők racionális számokkal. Határérték fogalmának megsejtetése (mérések pontossága). <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> Bizonyos szakmák speciális mértékegységei, ezek átváltása. <b>(4.K), (5.K), (9.F)</b></p>	<p>Mérések saját maguk választotta és egyezményes mértékegységekkel. A leggyakrabban használt mértékegységek átváltása.</p>	<p>Mérés fogalma, a leggyakrabban használt mértékegységek. <b>(9.3.M), (9.4.M)</b></p>	<p>Ismerjék fel a leggyakrabban használt mértékegységeket és tudjanak mértékegységeket átváltani.</p>

### 3. Összefüggések, függvények (10 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>Változó mennyiségek fogalmának továbbfejlesztése.</p> <p>A szemléletes függvényfogalom továbbfejlesztése.</p> <p>Egyértelműség felismerése, egy-egy értelműség: relációk, függvények.</p> <p>Induktív gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Tapasztalat, konkrét megfigyelések alapján következtetés általános esetre.</p> <p>Annak felismerése, hogy vannak megfordítható, és vannak meg nem fordítható állítások. Ok és okozat felismerése.</p> <p>Deduktív gondolkodás fejlesztése.</p> <p>A függvények hozzárendelési szabályának ismeretében konkrét függvények tulajdonságaira következtetés.</p>	<p>Különböző típusú összefüggések felismerése, leírása matematikai jelekkel, ábrázolásuk.</p> <p>Hozzárendelések, összefüggések keresése, felismerése, vizsgálata, nem csak számokhoz számot rendelő hozzárendelések esetén. Függvénykapcsolatok felismerése konkrét példák alapján.</p>	<p>Függvények szemléletes fogalma, megadási módjai. <b>(9.6.M), (9.7.M), (9.8.M)</b></p>	<p>A tanulók ismerjék a függvény szemléletes fogalmát, megadási módjait.</p>

<p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A függvényekről tanultak kiterjesztése más műveltségi területekre, tantárgyak ismereteire, összefüggéseire. Pl. fizikában út idő függvények, grafikonok. Tájékozódás, helymeghatározás koordinátákkal.</p> <p><b>(4.K)</b></p>	<p>Függvények ábrázolása különböző módzerekkel (nyíldiagram, koordináta-rendszer, stb.) képletek, táblázatok, egyéb hozzárendelések alapján is. Függvénygrafikonok alapján a függvénykapcsolat szabályának (ha van ilyen) felismerése és leírása matematikai képletel (ha lehetséges). Függvények menetének vizsgálata</p>	<p>Derékszögű koordináta-rendszer. Számpárok ábrázolása koordináta-rendszerben. A koordináta-rendszer síkjában megadott pontok koordinátái. Függvény értelmezési tartománya, értékkészlete. Lineáris függvény szemléletes fogalma. Lineáris függvény képe. A lineáris függvény megadása <math>x = ax+b</math> alakban. Az <math>a</math> és <math>b</math> paraméterek jelentése. Az egyenes arányosság, mint lineáris függvény. Abszolútérték-függvény: <math>x \mapsto  x </math>, példák nem lineáris függvényekre: fordított arányosság, mint függvény, számokhoz a négyzetüket rendelő függvény.</p> <p><b>(9.5.M), (9.6.M), (9.7.M), (9.8.M)</b></p>	<p>Ismerjék a derékszögű koordináta-rendszert és tudjanak adott számpárokat ábrázolni és adott pontot koordinátaival megadni. Értsék a lineáris függvény fogalmát, ismerjék tulajdonságait. Tudjanak lineáris függvényeket ábrázolni. Tudják, hogy a lineáris függvény megadható <math>x = ax+b</math> alakban. Ismerjék az abszolútérték-függvényt, és a fordított arányosságot kifejező függvényt.</p>
<p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A szakmacsoport speciális igényei alapján konkrét feladatok, statisztikai problémák megoldása, amelyek a függvények bizonyos tulajdonsá-</p>	<p>Statisztikai adatok rendezése. Adatok rendezése adott szempontok szerint, táblázatok készítése, adatok ábrázolása grafikonon, grafikonok értelmezése. Átlag kiszámítása.</p>	<p>Statisztikai adathalmaz. Táblázatok, grafikonok, levonható következtetések. Átlagszámítás. Egyszerű statisztikai függvények.</p>	<p>Tudjanak statisztikai adatokat, grafikonon ábrázolni, értelmezni. Tudjanak átlagot számolni.</p>

gainak ismeretében egyszerűen megoldhatók. <b>(4.K), (5. K), (5.F) , (9.F)</b>			
---	--	--	--

#### 4. Egyenlet, egyenlőtlenség

(13 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>Reláció fogalmának fejlesztése. Nagysági relációk leírása matematikai jelekkel. Szakkifejezések pontos használata. Szövegértés tudatos fejlesztése. <b>(1.K)</b></p>	<p>Konkrét esetekben a megfelelő nagysági re-láció felismerése és le-írása. Az adott relációkat kielégítő számhalmazok ábrázolása a számegyenesen.</p>	<p>Nagysági relációk: "kisebb", "nagyobb", "ugyanannyi", "legalább annyi", "legfeljebb annyi". <b>(9.9.M)</b></p>	<p>A tanulók értsék a "kisebb", "nagyobb", "ugyanannyi", "legalább annyi", "legfeljebb annyi" relációkat. Konkrét esetekben le tudják írni a fennálló nagysági relációkat.</p>
	<p>Összefüggések alapján képletek felírása (ha lehetséges). Algebrai kifejezések helyettesítési értékének kiszámolása. Egyenlőségek felírása.</p>	<p>Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. <b>(9.10.M), (9.11.M).</b></p>	
<p>Induktív gondolkodás fejlesztése. Konkrét esetekből általános szabályok, eljárások felismerése, megalkotása. Következtetés több lépésben. Igaz és hamis állítások. Deduktív gondolkodás fejlesztése. Azonosságok, egyenlőségek alkalmazása konkrét esetekre.</p>	<p>Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása próbálgatással, következtetéssel, majd algebrai módszerrel, mérlegelv segítségével. Egyenletek megoldása algebrai és grafikus úton. Keresni a megoldások számát, figyelembe véve az adott halmazt, amin az egyenletnek értelme van.</p>	<p>Egyenlet megoldása algebrai módszerrel, mérlegelv. Egyszerű egyenlőtlenség algebrai megoldása. Az egyenlet, egyenlőtlenség megoldása során alkalmazott azonos átalakítások. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása grafikus módszerrel. Egyenlet megoldhatóságának feltételei. Megoldások száma. Azonosság fogalma. <b>(9.10.M), (9.11.M), (9.12.M)</b></p>	<p>Meg tudjanak oldani egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket algebrai úton (mérlegelv segítségével).</p>

<p>Szövegértés, rendszerezés, szükséges adatok kikeresése. Lényegkiemelési képesség kifejlesztése. <b>(1.K)</b></p> <p>Számolási készség fejlesztése, zsebszámológép alkalmazása <b>(5. K)</b></p>	<p>Szöveggel megadott problémák alapján, egyszerűbb esetekben, egyenletek és egyenlőtlenségek felírása és megoldása. A kapott eredmény behelyettesítése az egyenletbe, egyenlőtlenségbe és a szövegbe.</p>	<p>Egyszerű szöveges feladatok alapján egyenlet, egyenlőtlenség felírása és annak megoldása. <b>(9.13.K)</b></p>	<p>Szöveg alapján, egyszerűbb esetekben, fel tudjanak írni egyenletet és egyenlőtlenséget, és meg tudják oldani. Eredményüket ellenőrizni tudják.</p>
--	--	--	---



## 5. Geometriai alapismeretek

(11 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
Sík- és térgeometriai szemlélet fejlesztése. Sík- és térbeli analógiák felismerése. Induktív ismeretszerzés geometriai alakzatokról, azok tulajdonságairól. Absztrakciós képesség fejlesztése: valóságos tárgy, geometriai alakzat.	Konkrét tárgyak, modellek vizsgálata alapján sík és térbeli alakzatok tulajdonságainak felismerése, elmondása. Csúcsok, élek, lapok száma.	Alakzatok síkban, térben (pont, egyenes, félegyenes, szakasz). <b>(9.14.M)</b>	A tanulók ismerjék a pont, az egyenes, a szakasz, a sík szemléletes fogalmát.
Igaz, hamis állítások vizsgálata. Állítás megfordítása, megfordítható és meg nem fordítható állítások. Szövegértés fejlesztése, definíciók megfogalmazása, értelmezése. <b>(1.K)</b>	Síkbeli alakzatok, sokszögek, kör és részei tulajdonságainak vizsgálata. Ennek kapcsán szögek, párhuzamosság, merőlegesség felismerése. Szögek, szögfajták felismerése.	Párhuzamosság, merőlegesség. Szög fogalma, fajtái. Távolság fogalma. <b>(9.14.M)</b>	A tanulók ismerjék a szög szemléletes fogalmát. Ismerjék a párhuzamosság és merőlegesség fogalmát.
Rendszerező, csoportosító képesség fejlesztése. Halmaz fogalmának továbbfejlesztése.	Síkbeli alakzatok (háromszögek, négyszögek) csoportosítása adott tulajdonságok szerint.	A leggyakrabban előforduló síkidomok (háromszögek, négyszögek, sokszögek, kör) legegyszerűbb tulajdonságai. <b>(9.15.M)</b>	Ismerjék a háromszög, a négyszög, sokszög fogalmát fajtáit és tulajdonságait. Ismerjék kör tulajdonságait.
Rajzkészség fejlesztése. Pontosság, esztétikai érzék fejlesztése. <b>(9.K)</b> Egyszerű algoritmusok a geometriában: szerkesztések lépései.	Merőleges és párhuzamos egyenesek rajzolása, körző, vonalzó használata. Szakaszok, szögek másolása, felezése.	Egyszerűbb rajzok, szerkesztések, körző, vonalzó használata. <b>(9.14.M), (9.15.M)</b>	Tudják használni a vonalzót, körzöt egyszerű rajzok, szerkesztések elvégzésére.

<p>Mérés fogalmának továbbfejlesztése. Geometriai alakzatok jellemzése mérőszámokkal. Becslés, kerekítés. Folytonosság fogalmának továbbfejlesztése. A racionális számkör kiterjesztése, valós szám fogalmának előkészítése. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> Konkrét geometriai problémák megoldása az életvitel kapcsán felmerülő problémák és a szak-macsoport speciális igényei alapján. Kerületre, területre vonatkozó adatok értelmezése más műveltségi területeken, tantárgyakban (pl. földrajz), mérések, terület-, térfogatszámítás (pl. fizika, kémia). A tanult terület-, felszín- és térfogatszámítás alkalmazása szakmai feladatokban. Szakrajz olvasása, értelmezése, rajz alapján munkadarab készítése. Szakrajz készítése. Geometria a művészetben. <b>(4.K), (5. K) (9.K), (9.F)</b></p>	<p>Szögek mérése szögmérővel. Síkidomok (háromszögek, négyszögek, kör) rajzolása. Szakasz hosszának becslése, mérése. A mérés pontosságának becslése, kerekítés. Sokszögek kerületének mérése. Négyzet, téglalap kerületének kiszámítása. Mértékegységek átváltása. Sokszögek területének becslése, mérése választott és egyezményes mértékegységekkel. Négyzet, téglalap és háromszög területének kiszámítása. Sokszögek területének kiszámítása háromszögekre bontással. Kerekítés, számolás kerekített értékekkel. Területmértékegységek átváltása. Megmutatni a kör kerülete, területe közelítő mérésének elvét. A képletek megadása. Kör kerületének, területének kiszámítása.</p>	<p>Mérések a geometriában, a mérés pontossága. Kerület, terület fogalma, kiszámítása a tanult síkidomok esetében. Számolás kerekített értékekkel. <b>(9.14.M)</b></p>	<p>Ismerjék a kerület, terület szemléletes fogalmát és ki tudják számolni, négyzet, téglalap, háromszög és kör kerületét, területét.</p>
--	---	---	--

<p>Absztrakciós képesség fejlesztése: valós alakzat - mértani test fogalma.</p>	<p>Modellek segítségével vizsgálni az egyszerű térbeli alakzatok, kocka, hasáb a gúla, a henger és kúp legegyszerűbb tulajdonságait. Modellek készítése. Kocka, hasáb, gúla, henger és kúp felszínének kiszámítása a síkidomok területszámításának ismerete alapján. Kocka, hasáb, gúla, henger és kúp térfogatának mérése. Becslés, kerekítés. Térfogat mértékegységei. Kocka, téglá, henger, kúp térfogatának kiszámítására vonatkozó képletek megadása. Térfogatszámítási feladatok megoldása, a legegyszerűbb esetekben, adott képletek segítségével. Mértékegységek átváltása.</p>	<p>Egyszerűbb testek (kocka, téglá, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb) tulajdonságai. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Kocka, téglá, henger és kúp esetében felszínének, térfogatának kiszámítása, egyszerű, az eddig tanultakra visszavezethető esetekben. <b>(9.14.M), (9.15.M)</b></p>	<p>Ismerjék a környezetükben előforduló egyszerűbb testeket és azok legegyszerűbb tulajdonságait. Ismerjék a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát, és ki tudják számolni a tanult testek felszínét és térfogatát az eddig tanult módszerekkel, illetve ismeretek felhasználásával.</p>
---	---	--	--

**6. Egybevágóság, egybevágósági transzformációk**

(12 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>Rendszerező, csoportosítási képesség fejlesztése.</p> <p>Szükséges és elégséges adatok közti különbség.</p> <p>Állítások igazságtartalmának felismerése.</p>	<p>Síkbeli alakzatok kivágása, egymásra helyezése az egybevágóság fogalmának megismeréséhez.</p> <p>Egybevágó háromszögek vizsgálata, hány adat szükséges az egybevágóság megállapításához, az alapesetek felfedezése.</p>	<p>Egybevágóság fogalma.</p> <p>Háromszögek egybevágóságának alapesetei.</p> <p><b>(9.16.M)</b></p>	<p>A tanulók ismerjék a síkidomok egybevágóságának fogalmát, annak feltételeit.</p>
<p>Függvényfogalom továbbfejlesztése: geometriai síktranszformáció, a sík pontjaihoz a sík pontjait rendeli valamely szabálya alapján.</p> <p>Rajzkészség fejlesztése.</p> <p>Több eset vizsgálatából sejtés megfogalmazása. Általánosítás.</p> <p>(Thálesz- tétel megsejtése)</p> <p>Sejtés és állítás megkülönböztetése. Bizonyítási igény felkeltése.</p>	<p>Tengelyes és középpontos tükrözések végzése, a tükrözések tapasztalt tulajdonságainak megállapítása. A paralelogrammák legalapvetőbb tulajdonságainak vizsgálata, paralelogrammák rajzolása.</p> <p>Szögek mérése szögmérővel, a kapott érték kifejezése ívmértékben, és ívmérték átszámítása fokokra (egyszerűbb esetekben). Szögek átváltása zsebszámológéppel.</p> <p>Szabályos sokszögek rajzolása, vizsgálata, tulajdonságaik megfogalmazása.</p> <p>Tengelyes és középpontos szimmetria felfedezése a természetben, tárgyakban, műalkotásokban.</p> <p>Félkör átmérőjére rajzolt háromszögek szögeinek mérése.</p>	<p>Tengelyes és középpontos tükrözés.</p> <p>Pont körüli elforgatás, forgásszögek és mérésük. Ívmérték fogalma.</p> <p>Szimmetrikus síkidomok.</p> <p>Paralelogramma és kör tulajdonságai.</p> <p><b>(9.16.M)</b></p>	<p>Ismerjék a tengelyes és a középpontos tükrözés tulajdonságait.</p> <p>Ismerjék a paralelogrammák legalapvetőbb tulajdonságait.</p> <p>Ismerjék a szabályos sokszög fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismerjék az ívmérték fogalmát, és ha a szakma igényli, tudjanak azzal számolni.</p>

	<p>A Thalész-tétel megsejtése. Síkbeli alakzatok elforgatása pont körül. A pont körüli elforgatás tulajdonságainak vizsgálata egyszerűbb esetekben. Néhány forgásszimmetrikus síkidom vizsgálata. Forgásszimmetrikus alakzatok keresése a körülöttünk lévő tárgyak közt.</p>		
Rajzkészség fejlesztése.	Egyszerű alakzatok eltolása a síkban, vektorral adott irányban és nagyságban.	Eltolás a síkban, vektor szemléletes fogalma. Eltolás nagysága, iránya.	Ismerjék a vektor szemléletes fogalmát, mint eltolás irányát és nagyságát.
<p>Rajzkészség fejlesztése.</p> <p>A matematikai szaknyelv bővítése. Szöveges feladatok értelmezése. <b>(1.K)</b> Számítások, eredmények pontossága, ellenőrzés igénye. <b>(5. K)</b> <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A tanult transzformációk alapján megismert szimmetriák felismerése a képzőművészetekben, zenében, építészetben, a természetben, és környezetünk tárgyaiban. A transzformációk alkalmazása a szakrajzban, esztétikus tárgyak, munkadarabok készítése során. <b>(9.K), (9.F)</b></p>	<p>Egyszerű szerkesztési feladatok elvégzése a transzformációk alkalmazásával. Kerület-, területszámítási feladatok végzése az egybevágóság, a szimmetriák ismeretének segítségével.</p>	<p>A tanultak alkalmazása síkidomok kerületének és területének kiszámítása során. <b>(9.16.M)</b></p>	

## 10. évfolyam

### tervezett órakeret: 74 óra

#### 1. Gondolkodási módszerek

(4 óra, a még szükséges idő beépül az egyes témák órakeretébe)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
Kombinatorikus gondolkodás tovább fejlesztése	Kombinatorikai feladatok megoldása. Sorrendbe rendezés. Néhány elem kiválasztása nem túl nagy adathalmazból.	Adott elemek összes lehetséges sorrendje. Kiválasztási lehetőségek száma. <b>(10.6.M)</b>	Néhány elem összes lehetséges sorrendjének megállapítása.
Valószínűség szemléletének bevezetése, fejlesztése Sejtés. kísérletezés, módszeres próbálgatás.	Események, mint adatok gyűjtése, rendszerezése. Táblázatok készítése.	Valószínűségi kísérletek, gyakoriság.	
Halmazfogalom továbbfejlesztése számhalmazok, ponthalmazok tulajdonságainak vizsgálatával. <u>Kapcsolatok keresése, fel-ismerése</u> egyéb területekkel: halmazokról tanultak alkalmazása más műveltségi területeken, tantárgyakban, szakmai problémák megoldásában. <b>(4.K), (9.F)</b>	Venn-diagram készítése szöveg alapján. Szöveggel adott problémák megoldása halmazműveletek segítségével. Nevezetes ponthalmazok: Adott ponttól, pontoktól, egyenesektől adott távolságra lévő, adott távolságnál kisebb, nagyobb, egyenlő távolságra lévő ponthalmazok rajzolása, illetve felismerése a síkban, térben. Koordinátákkal megadott ponthalmazok ábrázolása koordináta rendszerben.	Halmazműveletek Unió, metszet, részhalmaz Ponthalmazok, síkban, térben, koordinátarendszerben. <b>(9.1.M)</b>	A tanulók ismerjék az unió, a részhalmaz és a metszet fogalmát. Meg tudják állapítani, hogy mely elemek tartoznak két halmaz uniójába, metszetébe, részhalmazába.

## 2. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer

(9 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>Fogalom kiterjesztése. Az elsőfokú egyismeretlenes egyenletről tanultak alkalmazása és kiegészítése egy új probléma, a két ismeretlenes egyenletek értelmezésére és megoldására.</p>	<p>Lineáris függvények ábrázolása, egyszerű egyenletek megoldása. A tanulók találkoznak olyan feladatokkal, amelyekben nem csak egy (pontosabban kettő) ismeretlen mennyiség szerepel.</p>	<p>Függvényábrázolás, egyenletmegoldás felidézése. Elsőfokú kétismeretlenes egyenlet. Megoldáshalmaz. Egyenes egyenlete. Állítások igazsághalmaza. <b>(10.1.M)</b></p>	<p>Szöveg alapján a tanulók fel tudjanak írni egyszerű elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert. Meg tudják ezt oldani valamilyen algebrai módszerrel (helyettesítéssel). Eredményeiket ellenőrizni tudják az egyenletben és a szövegben.</p>
<p>Két változó fogalmának megismerése. Következtetések az egyik változó ismeretében a szóba jöhető másik változóra. Analógiák keresése az egyismeretlenes egyenlet és a kétismeretlenes egyenletek megoldásával kapcsolatban.</p>	<p>Kétismeretlenes egyenletre vezető problémák felvetése, az összefüggések felírása két egyenlettel. Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása grafikusán. A grafikus megoldás vizsgálata alapján a megoldhatóság feltételeinek megállapítása Az egyenletrendszer két egyenlete megoldáshalmazának ábrázolása, a két halmaz közös részének keresése. Kétismeretlenes egyenletet kielégítő számpárok felírása következtetés segítségével.</p>	<p>Kétismeretlenes egyenletrendszer, megoldása grafikus és algebrai módszerekkel. Megoldások száma, megoldhatóságuk feltétele. <b>(10.1.M)</b></p>	<p>Tudjanak a tanulók megoldani kétismeretlenes egyenletrendszert.</p>

	Az egyenletmegoldás algebrai megoldása helyettesítéssel.		
<p>Szövegértés fejlesztése. Szöveges problémák megfogalmazása a matematika nyelvén. <b>(1.K)</b> Lényegkiemelés, kombinatív gondolkodás. Eredmények becslése, ellenőrzése. Szöveges feladat esetén szöveges válasz megfogalmazása.</p> <p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> Az életvitel során felmerülő, illetve szakmai számításokban a kétismeretlenes egyenletrendszerről tanultak alkalmazása. <b>(4.K), (5.K), (9.F)</b></p>	<p>Szöveges feladatok megoldása. Eredményeik ellenőrzése egyenletbe helyettesítéssel és a szöveg alapján.</p>	<p>Szöveges feladatok alapján egyenletrendszer felírása és megoldása. <b>(10.1.M)</b></p>	



### 3. Pitagorasz-tétel, négyzetgyök, valós számok

(9 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>Gondolkodási módszerek továbbfejlesztése.</p> <p>Összefüggések felfedezése gyakorlati tapasztalatból.</p> <p>Definíció pontos kimondása.</p> <p>Tétel, tétel megfordítása, bizonyítás.</p> <p>Geometriai bizonyítás során használt logikai műveletek.</p> <p>Igaz, hamis állítások vizsgálata. Állítás megfordítása, megfordítható és meg nem fordítható állítások. Szükséges és elégséges feltételek, „akkor”, illetve „akkor és csak akkor” értelmezése.</p> <p>Induktív, és deduktív gondolkodási képesség fejlesztése.</p>	<p>Számolják ki négyzethálós lapon, speciálisan felvett derékszögű háromszögek oldalaira rajzolt négyzetek területét. Ennek alapján a Pitagorasz-tétel megfogalmazása. A bizonyítás igényének felkeltése közismert átdarabolási példákkal.</p> <p>Tétel bizonyítása. A tétel megfordításának megfogalmazása (bizonyítás nélkül). Példák megfordítható és meg nem fordítható állításokra.</p>	<p>Pitagorasz-tétel. Tétel és megfordítása. Sejtés, bizonyítás, szemléletes úton, konkrét esetben.</p> <p><b>(10.2.M)</b></p>	<p>A tanulók ismerjék és tudják alkalmazni a Pitagorasz-tételt és ismerjék annak megfordítását.</p>
<p>Számfogalom fejlesztése: irracionális szám (számok négyzetgyöke).</p> <p>Közelítő érték becslése.</p> <p>Két határ közé szorítás, határérték létezésének sejtetése.</p> <p>A zsebszámológép értelmes használata az újabb funkciók bevezetésével. (Négyzetre emelés, gyökvonás) <b>(5. K)</b></p> <p>Műveleti sorrendről tanultak továbbfej-</p>	<p>Számok négyzetgyökének értelmezése és kiszámítása egyszerű esetekben (teljes négyzetből). Példák alapján számok négyzete és négyzetgyöke közti összefüggés felismerése.</p> <p>Négyzetgyök kiszámítása táblázattal vagy zsebszámológéppel. A várt eredmény becslése.</p> <p>Irracionális számok előállítás, nem</p>	<p>Számok négyzete, négyzetgyöke. Irracionális szám fogalma.</p> <p>Négyzetre emelés és négyzetgyökvonás, táblázattal vagy zsebszámológéppel.</p> <p><b>(10.2.M)</b></p>	<p>Ismerjék a számok négyzete és négyzetgyöke fogalmát, a számok négyzete és négyzetgyöke közti összefüggést.</p> <p>Ismerjék az irracionális szám szemléletes fogalmát.</p> <p>Tudjanak zsebszámológépet alkalmazni a feladatmegoldások során, négyzetre emelés és gyökvonás esetén is.</p>

lesztése. Permanencia elv.	csak négyzetgyökkel.		
Szövegértés fejlesztése szöveges feladatok értelmezése során. A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. <b>(1.K)</b> Eredmény ellenőrzése.	Pitagorasz-tétel alkalmazása kerület-, terület-, felszín- és térfogatszámítási feladatokban.	Pitagorasz-tétel alkalmazása számításos geometriai feladatok megoldásában <b>(10.2.M)</b>	Tudják alkalmazni a Pitagorasz-tételt kerület-, terület-, és a leg egyszerűbb felszín- és térfogatszámítási feladatokban.
Vektorfogalom fejlesztése. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> Vektorokról tanultak alkalmazása fizikában és szakmai számításokban. A Pitagorasz-tétel alkalmazása a mindennapi gyakorlatban és szakmai számításokban a derékszögű háromszögre visszavezethető számításos feladatokban. <b>(4.K), (5.K), (9.F)</b>	Vektor számszorosának, két vektor összegének, különbségének megrajzolása. Vektor felbontása adott irányú összetevőire paralelogramma-szabály segítségével. Eredő vektor, vektor összetevők hosszának kiszámítása derékszögű háromszögre visszavezethető, speciális esetekben.	Műveletek vektorokkal, paralelogramma-szabály. Eredő vektor, illetve vektor összetevők hosszának kiszámítása derékszögű háromszögre visszavezethető esetekben. <b>(10.2.M)</b>	Ismerjék a vektor szemléletes fogalmát. Ki tudják számítani az eredő vektor hosszát, illetve a vektor összetevőinek hosszát, derékszögű háromszögre visszavezethető, speciális esetekben, Pitagorasz-tétel segítségével.

**4. Másodfokú függvény, másodfokú egyenletek**

(12 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
<p>A matematikai szaknyelv fejlesztése. <b>(1.K)</b> Induktív gondolkodás: Műveleti tulajdonságok általánosítása a valós számok halmazára, továbbá az algebrai kifejezésekre. Deduktív gondolkodás fejlesztése: a tanult azonosságok, képletek alkalmazása.</p>	<p>Műveletek végzése algebrai kifejezésekkel. Egy- és többtagú algebrai (egész) kifejezések összeadása, kivonása, szorzása egytagú és kéttagú kifejezéssel. A nevezetes azonosságok felfedeztetése.</p>	<p>Műveletek és műveleti azonosságok a valós számok halmazán. Kéttagú algebrai kifejezések szorzása. Két tag négyzetére és két tag négyzetének különbségére vonatkozó azonosság. <b>(10.3.M)</b></p>	<p>Tudjanak kéttagú algebrai kifejezéseket összeadni, ki-vonni és összeszorozni.</p>
<p>Függvényfogalom tovább fejlesztése. Folytonosság fogalmának továbbfejlesztése. A transzformáció fogalmának fejlesztése, függvénytranszformáció.</p>	<p>Számok négyzete táblázat készítése. Táblázat alapján a legegyszerűbb másodfokú függvény ábrázolása koordináta-rendszerben. A másodfokú függvény tulajdonságainak vizsgálata. Egy-két transzformációs lépés felismertetése a függvény grafikonjának vizsgálatával.</p>	<p>Másodfokú függvény fogalma, tulajdonságai, ábrázolása koordináta-rendszerben. <b>(10.2.M)</b></p>	<p>A tanulók ismerjék a másodfokú függvényt és tulajdonságait.</p>
<p>Szöveges feladatok értelmezése, a matematika nyelvére fordítása. Becslés, kerekítés. Ellenőrzés módja, ha az eredmény irracionális szám. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A másodfokú egyenletekről tanultak alkalmazása más műveltségi területeken,</p>	<p>Másodfokú egyenlet felírására vezető problémák vizsgálata, másodfokú egyenlet felírása és megoldása. A megoldás során alkalmazott lépések vizsgálata, ellenőrzése. Az eredmény ellenőrzése olyan esetben, ha az eredmény irracionális</p>	<p>Másodfokú egyenlet fogalma, megoldása grafikus és algebrai úton, megoldóképlet megadásával.  Szöveges feladatok alap-</p>	<p>Ismerjék a másodfokú egyenlet megoldóképletét, segítségével tudják megoldani az egyszerűbb másodfokú egyenleteket. Tudjanak felírni szöveg alapján egyszerűbb másodfokú egyenletet, és meg tudják ezt oldani.</p>

tantárgyakban (fizikában, kémiában), a mindennapi gyakorlatban és szakmai számításokban. <b>(4.K), (5. K), (9.F)</b>	szám. (zsebszámlógéppel elfogadható hibahatárral). Ellenőrzés a szöveg alapján.	ján másodfokú egyenlet felírása és megoldása. <b>(10.3.M)</b>	Megoldásukat tudják ellenőrizni.
---	--	--	----------------------------------

**5. Hasonlóság és alkalmazásai**

(12 óra)

<b>FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL</b>	<b>TEVÉKENYSÉGEK</b>	<b>TARTALOM</b>	<b>TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI</b>
A geometriai transzformációkról tanultak tovább fejlesztése: a geometriai transzformáció ponthoz pontot rendelő függvény. Rajzkészség fejlesztése. Pontosság, esztétikai érzék fejlesztése <b>(9.K)</b>	Szakaszok, alakzatok nagyítása, kicsinyítése a sík egy kijelölt pontjából. Ennek alapján megfigyelni a középpontos hasonlóság tulajdonságait.	Szakaszok aránya. Nagyítás, kicsinyítés Középpontos hasonlóság tulajdonságai. <b>(10.4.M)</b>	Tudjanak szakaszokat adott arányban felbontani, adott arányú kicsinyítéseket és nagyításokat végezni.
Állítások megfogalmazása, szükséges és elégséges feltételek vizsgálata, értése.	Hasonló alakzatok felismerése. Hasonlóság tulajdonságainak, feltételeinek vizsgálata. Konkrét példák alapján a síkidomok hasonlóságának feltételeit megállapítani. A háromszögek hasonlóságának alapeseteit megállapítani. Síkidomok valódi méreteinek kiszámítása adott arányú ábra alapján, illetve valódi méretek alapján adott arányú ábra készítése. Hasonló síkidomok területének kiszámítása, a területek arányára vonatkozó összefüggés felismerése.	Hasonló alakzatok, háromszögek hasonlósága. Hasonló síkidomok megfelelő szakaszainak aránya. Hasonló síkidomok területének aránya. <b>(10.4.M)</b>	A tanulók ismerjék a hasonlóság szemléletes fogalmát. Tudjanak adott arány alapján valós alakzatokról tervrajzot készíteni, illetve tervrajz alapján a valódi méreteket kiszámítani.
Függvényfogalom tovább fejlesztése. A derékszögű háromszög hegyes szögei-	Két vagy több hasonló derékszögű háromszögben a megfelelő	Nevezetes arányok a derékszögű háromszögekben. Szinusz-,	Ismerjék a derékszögű háromszögben a szinusz, koszinusz,

<p>hez meghatározott arányokat rendelünk. Számfogalom tovább fejlesztése. Irracionális számok ismeretének kibővítése. Irracionális méretű szakaszok közelítése racionális számokkal.</p> <p>A matematikai szaknyelv bővítése, használata. <b>(1.K)</b> Induktív gondolkodás: következtetés egy esetről végtelen sok hasonló esetre.</p>	<p>oldalpárok arányának kiszámítása. Ennek alapján a szinusz-, koszinusz, tangens- és kotangensfüggvények megismerése. A szögfüggvények felvehető értékeinek vizsgálata a derékszögű háromszögben. Hogyan változnak a szögfüggvényértékek a szögek változásának következtében.</p>	<p>koszinusz-, tangens-, kotangensfüggvények. <b>(10.4.K)</b></p>	<p>tangens és kotangens szögfüggvényeket.</p>
<p>Számolási készség fejlesztése. Számolás irracionális számokkal zsebszámológép segítségével. Eredmények ellenőrzése. Becslés, kerekítés, hibalehetőség irracionális számokkal történő számítások során. <b>(5. K)</b> <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A hasonlóságról tanultak alkalmazása a napi gyakorlatban és szakmai számításokban (kicsinyítés, nagyítás, adott arányú részekre osztás, térkép, tervrajz értelmezése). Szögfüggvények alkalmazása a fizikában és szakmai számításokban. <b>(5. K)</b></p>	<p>Szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszögre visszavezethető sík- és térszemléti számításos feladatokban. Eredő vektor, és vektorösszetevők hosszának kiszámítása derékszögű háromszögre visszavezethető vektorműveletekben. Zsebszámológép használata szögfüggvényekkel történő számításokban.</p>	<p>Szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszögekre visszavezethető geometriai számításokban és derékszögű háromszögre visszavezethető vektorműveletekben. Számolás szögfüggvényekkel zsebszámológép alkalmazásával.</p>	<p>Tudják a szögfüggvényeket alkalmazni sík- és térszemléti számításos feladatokban. Tudják zsebszámológépüket használni szögfüggvényekkel történő számításaikban.</p>

## 6. Hatványozás

(11 óra)

FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL	TEVÉKENYSÉGEK	TARTALOM	TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI
Matematikai fogalmak kiterjesztése. Induktív gondolkodás, konkrét ismeretek általánosítása. Analógia.	Számok adott pozitív kitevőre hatványozása, táblázatok készítése. A hatványozás fogalmának kiterjesztése. Értelmezzük a hatványozást tetszőleges (valós) alap esetén 0, pozitív és negatív egész kitevőre.	Negatív egész, és nulla kitevőjű hatvány. <b>(10.5.M)</b>	A tanulók ismerjék a hatványozás fogalmát tetszőleges (valós) alap esetén 0, pozitív és negatív egész kitevőre.
Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	Összetett számok törzstényezőre bontása, törzstényezők hatványalakban történő felírása.	Számok törzstényezőre felbontása. <b>(10.5.M)</b>	
Permanencia-elv bemutatása	Megmutatjuk, hogy a kiterjesztést úgy végezzük, hogy a tanult műveleti tulajdonságok megmaradjanak. A hatványozás azonosságainak megmutatása.	A hatványozás azonosságai, műveletek hatványokkal. <b>(10.5.M)</b>	Ismerjék a hatványozás azonosságait, tudják ezeket alkalmazni egyszerűbb számítási feladatokban.
<u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A hatványozásról tanultak alkalmazása más tantárgyakban (fizika, kémia), szakmában: igen nagy és igen kicsi mérőszámok normálalakban történő megadása és értelmezése. <b>(4.K)</b>	Számok normálalakban történő felírása, műveletek végzése normálalakban adott számokkal.	Számok normálalakja. <b>10. 5.M)</b>	Tudjanak értelmezni nagyon kicsi és nagyon nagy, normálalakban adott számokat, és tudjanak ezekkel műveleteket végezni.

**7. Kombinatorika, valószínűség, statisztika**

(7 óra)

<b>FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL</b>	<b>TEVÉKENYSÉGEK</b>	<b>TARTALOM</b>	<b>TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI</b>
<p>Kombinatorikus gondolkodás továbbfejlesztése.</p> <p>A kombinatorikai ismeretek rendszerezése, kiegészítése.</p> <p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u></p> <p>Kombinatorika alkalmazása, gyakorlati problémák megoldása során: pl. számkombinációs zár kinyitása, szállítási feladatok megoldása, lehetséges utak keresése stb.</p> <p>Az életvitel során adódó, kombinatorikus gondolkodást igénylő feladatokban, szakmai feladatokban a lehetséges összes eset megkeresése, kiválasztások elvégzése. <b>(4.K)</b></p>	<p>A mindennapi gyakorlatban előforduló kombinatorikai problémák vizsgálata, megoldása. Néhány elem lehetséges sorrendjei számának megállapítása. Bizonyos számú elem kiválasztása, a lehetséges kiválasztások számának megállapítása nem túl nagy számú adott elemből. Szemléltető ábrák alkalmazása a kombinatorikában (fa-, útdiagram, táblázat).</p> <p>Kombinatorikai feladatok megoldása következtetéssel.</p>	<p>Kombinatorikai feladatok megoldása: sorbarendezés, kiválasztás következtetéssel.</p> <p>Kombinatorikai feladatok megoldása egyszerű gráfok rajzolásával, táblázatkészítéssel.</p> <p><b>(10.6.M)</b></p>	<p>Tudjanak a tanulók egyszerű sorba-rendezési, és kiválasztási feladatokat következtetéssel megoldani.</p>
<p>Valószínűség szemléletének fejlesztése.</p> <p>Mindennapi élet eseményeivel kapcsolatos valószínűségek vizsgálata, becslése.</p> <p>Szaknyelv bővítése. <b>(1.K)</b></p> <p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u></p> <p>Kombinatorika és valószínűségszámítás alkalmazása sportesemények, különböző versenyek, játékok kimenetelének vizsgálata becs-</p>	<p>Napi életvitelünk során történő, ismétlődő események valószínűségének vizsgálata, becslése.</p> <p>Események kimeneteli lehetőségének vizsgálata. Konkrét példákon megmutatni, hogy mikor van értelme a valószínűség kiszámításának.</p> <p>Valószínűség kiszámítása egyszerű esetekben, a tanult kombinatorikai módszerekkel.</p>	<p>A valószínűség kombinatorikus kiszámítása.</p> <p><b>(10.6.M)</b></p>	<p>Tudják a kombinatorikát alkalmazni egyszerű valószínűségi feladatok megoldásában.</p>



<p>lése során. Gazdaságossági tendenciák várható kimenetele. Környezetváltozás várható hatásai. <b>(8.K), (5.F), (6.F)</b></p>	<p>A köztudatban élő téves valószínűségi szemlélet vizsgálata, cáfolása (pl. hogy a lottóban azokat a számokat kell bejelölni, amelyeket mostanában nem húztak ki). Megmutatni, hogy vigyázni kell az összes lehetséges esemény megállapításakor, mert lehet, hogy azok egyenként nem egyenlően valószínűek. (Fiúk vagy lányok születésének valószínűsége.)</p>		
<p>Statisztikai adatok alapján következtetések levonása. <u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A statisztika módszereinek alkalmazása fizikában, kémiában, szakmai számításokban. Sorozatos mérési eredmények értékelése, hiba becslése. A statisztikai ismeretek alkalmazása a legkülönbözőbb területek statisztikáinak értelmezése során (gazdaság, társadalomtudomány, természettudomány, szakma stb.). <b>(4. K), (5.K), (7.K), (8.K), (5.F), (6.F)</b></p>	<p>Konkrét információk, újságcikkek, egyéb adathalmazok gyűjtése. Adathalmazok rendezése különböző szempontok szerint, a különböző sorbarendezésekből levonható következtetések. Átlag kiszámítása. Leggyakrabban előforduló érték megállapítása, közép-ső érték megállapítása. A különbözőképpen rendezett adathalmazok ábrázolása grafikonon. Az egyes grafikon-típusok vizsgálata, melyik mikor adja a legtöbb információt.</p>	<p>Statisztikai adathalmaz fogalma. Rendezési elvek, grafikonok, levonható következtetések. Gyakoriság, relatív gyakoriság, közép-ső érték fogalma. Átlag kiszámítása. Statisztikai adatok ábrázolása grafikonon. Grafikonok készítése, értelmezése. <b>(10.6.M)</b></p>	<p>Tudjanak adathalmazt adott szempontok szerint táblázatba rendezni. Tudják értelmezni a statisztikai táblázatokat, grafikonokat. Tudjanak átlagot számolni. Tudjanak következtetéseket levonni rendezett statisztikai adatok alapján.</p>

**8. Térgeometria**

(10 óra)

<b>FEJLESZTÉSI FELADATOK, KAPCSOLATOK MÁS TERÜLETEKKEL</b>	<b>TEVÉKENYSÉGEK</b>	<b>TARTALOM</b>	<b>TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI</b>
<p>Absztrakció fejlesztése. A térszemléletnek, a mérés fogalmának továbbfejlesztése. Definíciók értelmezése, alkotása. Induktív és deduktív gondolkodás fejlesztése.</p>	<p>Valóságos alakzatok vizsgálata. A térelemek (pont, vonal, egyenes, szakasz, felület, sík, tér) szemléletes fogalmának vizsgálata.</p>	<p>Térelemek, térelemek kölcsönös helyzete, szöge. Két térelem távolsága. <b>(10.7.M)</b></p>	<p>A tanulók ismerjék a térelemek (pont, vonal, egyenes, szakasz, felület, sík, tér) szemléletes fogalmát.</p>
<p>Geometriai alakzatok csoportosítása, halmazba rendezése.</p>	<p>A tanult síkidomok és testek tulajdonságainak vizsgálata, valós tárgyak és modellek segítségével.</p>	<p>A leggyakrabban előforduló testek tulajdonságai: hasáb, henger, gúla, kúp, csonkagúla, csonkakúp, gömb. <b>(10.7.M)</b></p>	<p>Ismerjék a tanult síkidomok és testek tulajdonságait.</p>
<p>A mérés fogalmának továbbfejlesztése. Görbe vonallal határolt síkbeli alakzatok, görbe felületek mérése. Becslés, közelítő érték. Analógiák felfedezése a hengszerű és kúpszerű testek származtatásában, felszínük és térfogatuk kiszámításában. A tanult tételek (egybevágóság, Pitagorasz-tétel, hasonlóság, szögfüggvények) komplex alkalmazása a felszín és térfogatszámításokban. Zsebszámológép használata. <b>(5.K)</b></p>	<p>Testek adatainak lemérése, és a nem mérhető adatok kiszámítása. A tanult síkidomok kerületének, területének, a tanult testek (hasáb, henger, gúla, kúp, csonkagúla, csonkakúp, gömb) felszínének, térfogatának kiszámítása a tanult tételek (Pitagorasz-tétel és szögfüggvények) alkalmazásával.</p>	<p>Testek felszíne, térfogata. <b>(10.7.M)</b></p>	<p>Ki tudják számítani a tanult síkidomok kerületét, területét, a tanult testek (hasáb, henger, gúla, kúp, csonkagúla, csonkakúp, gömb) felszínét, térfogatát.</p>

<p><u>Kapcsolatok keresése, felismerése:</u> A tanult ismeretek alkalmazása a mindennapi gyakorlatban, a szakmában előforduló térgeometriai feladatok megoldása során, és szakmai számításokban. <b>(4. K), (5.K)</b></p>			
---	--	--	--

### Javaslatok a tanulók teljesítményének értékeléséhez

Az értékelés feladata a tanuló előrehaladásának, fejlődésének nyomon követése, valamint a tanári munka eredményességének megállapítása. A tanterv „A továbbhaladás feltételei” rovatában a minimális elvárások szerepelnek. Az egyes tanulók, tanulói csoportok képessége, a választható szakmák igénye ennél magasabb követelményeket is támaszthat.

Az értékelés célja többféle lehet.

Az egyes évfolyamokra bekerülő tanulók felkészültségének diagnosztizálása. Ezek általában több témakörre vonatkozó, azok alapismereteit vizsgáló, írásbeli dolgozatok.

Egyes anyagrészek feldolgozása közben annak ellenőrzése, hogy a fejlesztés során meddig jutottak az egyes tanulók, megfelel-e az alkalmazott tanári módszer a kívánt eredmény elérésére. Milyen területen, fejlődési szinten vannak hiányosságok. Ezek általában „röpdolgozatok”. Mindkét értékelési forma diagnosztizáló értékelés. Ezeket nem osztályozzuk és a tanulókkal is közöljük, hogy a tanár ennek alapján dönti el a további munkát, a hiányok pótlását, illetve a továbbfejlesztést. A jó, illetve hibás megoldásokat, hiányokat értékelhetjük szövegesen. Fontos, hogy a tanuló is szembesüljön azzal: mit nem tud, miben hibázott.

Témazáró dolgozatok, felmérések. A feladatok összeállítása során figyelemmel kell lenni arra, hogy a feladatok megfelelően reprezentálják a tanult anyagrészt, továbbá a különböző képet adjanak az elsajátítás szintjéről is.

A feladatok a könnyebbektől a nehezebbekig különböző szinteket képviseljenek. Legyenek köztük a továbbhaladás legalapvetőbb ismereteit, eljárásait igénylő feladatok, és nehezebb, igényesebb, az alapkövetelményeken túlmutató feladatok is. Ezeket a dolgozatokat osztályozzuk. Nagyon vigyázzunk a feladatok kitűzésekor, hogy a megoldások megoldása beleférjen a tanuknak a megoldásokra biztosított időkeretbe!

A fenti értékelések írásbeli munkát igényelnek.

Lehetnek továbbá olyan hosszabb írásbeli beszámolók is, amelyek otthon készülnek: kutatási beszámolók, vagy projektek kidolgozása. Például: matematikai érdekességek, matematikatörténeti események gyűjtése, leírása, vagy például egy nyári tábor megszervezésével és lebonyolításával kapcsolatos tervezés és gazdasági számítások kidolgozása. Ezeket készítheti egy személy, de lehet csoportmunka is. Mindkét esetben lehet a teljesítményt, ha az, színvonalas, jó érdemjeggyel értékelni. Ha a csoportmunkában az egyes részfeladatokat felosztják és azokat az egyes résztvevők, egyedül végzik, lehet a teljesítményt egyénileg értékelni, esetleg pontozással, ami később osztályzatra váltható. Ha a csoportban a részfeladatokat is közösen végzik, akkor a csoport tagjait lehet egyformán értékelni, de lehet a csoport véleménye alapján az egyes résztvevők munkáját külön-külön is értékelni.

Az ilyen projekt-munka igen hasznos, és nagy a személyiségfejlesztő hatása. Azonban meglehetősen időigényes, és gondos előkészítést igényel.

A kutatási beszámolók történhetnek szóban is, az értékelés ebben az esetben is a fentiek szerint értékelhető.

A szóbeli felelet a kommunikációs képesség fejlesztése érdekében igen fontos. Frontális osztálymunkában, az aktívan résztvevő tanuló, teljesítményéért értékelhető. Önálló osztály-munka, vagy csoportmunka esetén is, felkérhetünk egy vagy több tanulót, hogy megoldását ismertesse. Teljesítményüket mindenképpen értékeljük, a konkrét szituációból adódóan szóbeli értékeléssel, pontozással, osztályzással.