

# MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET

Kerettanterv 9–12. évfolyam  
(1–12. évfolyamos kerettanterv része)

Tanórai, tanórán kívüli és

– a bevezető-kezdő szakaszban, más műveltségterületek által támogatott –  
matematikai kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve

**2008**

A kiadvány az Educatio Kht.  
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program  
(Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulinova oktatási  
programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete  
és használata. A teljes programcsomag elérhető: [www.educatio.hu](http://www.educatio.hu) címen.

**Educatio Kht. 2008.**

# TARTALOM

Kerettanterv (általános bevezető)

## IV.

Bevezető a 9–12. évfolyamok matematika kerettantervéhez

A 9. évfolyam kerettanterve

9. melléklet

A 10. évfolyam kerettanterve

10. melléklet

A 11. évfolyam kerettanterve

11. melléklet

A 12. évfolyam kerettanterve

12. melléklet

13. melléklet: A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztésének támogatása

A KERETTANTERVET KÉSZÍTETTÉK:

C. Neményi Eszter, Csahóczy Erzsébet, Csatár Katalin, Kovács Károlyné, Köves Gabriella,

Lajos Józsefné, Oláh Vera, Olasz Tamásné, Pálfalvi Józsefné dr., Somfai Zsuzsa,

Szabóné Szitányi Judit, Széplaki Györgyné, Szeredi Éva, Zsinkó Erzsébet.

## KERETTANTERV

### MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET 1–12. évfolyam

#### Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, hogy a gondolkodás örömeinek és hasznosságának felfedeztetésével párhuzamosan megismertesse a tanulókat környezetük mennyiségi és térbeli viszonyaival, megalapozza a korszerű, a mindennapi életben, a többi tantárgy tanulása során és különböző probléma-szituációkban jól használható, továbbfejlesztésre alkalmas matematikai műveltségüket. Ezen cél megvalósításának folyamatában elsősorban a matematikai kompetencia különböző komponenseit fejlesztjük, valamint a matematikai nevelés folyamatában rejlő lehetőségeket kihasználva hozzájárulunk a többi kulcskompetencia (anyanyelvi kommunikáció, idegen nyelvi kommunikáció, természettudományos kompetencia, digitális kompetencia, a hatékony, önálló tanulás, szociális és állampolgári kompetencia, kezdeményezőkézség és vállalkozói kompetencia, esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség) megerősítéséhez.

A fenti célok megvalósításának komplex folyamata biztosítja a kulcskompetenciákra épülő kiemelt fejlesztési feladatok (énkép, önismeret, hon- és népismeret, európai azonosságtudat-egyetemes kultúra, aktív állampolgárságra, demokráciára nevelés, gazdasági nevelés, környezettudatos nevelés, a tanulás tanítása, testi és lelki egészség, felkészülés a felnőtt lét szerepeire) megvalósítását is.

A kerettanterv az 1–12. évfolyamokon folyó kompetencia alapú matematikai nevelés fejlesztési feladatait konkretizálja a következő területek megjelenítésével:

- tartalmak (témakörök), ismeretrendszer,
- a követelmények teljesítéséhez javasolt időkeret,
- fejlesztendő képességek, kompetenciák,
- javasolt tevékenységek átfogó rendszere,
- évfolyamonkénti követelmények,
- értékelési eljárások, módszerek.

A kerettantervi tartalmakhoz kapcsolódóan jelennek meg az iskolai egészségfejlesztéssel, fogyasztóvédelemmel és környezetvédelemmel összefüggő feladatok, elsősorban a matematikai alkalmazások területén.

A matematikai kompetencia matematikai ismeretek, matematika-specifikus készségek és képességek, általános készségek és képességek, valamint motívumok és attitűdök együttese. A fogalom pontos tartalma a matematikai kompetencia komponensrendszerként való értelmezésével írható le.

**A kerettanterv hangsúlyai elsősorban a matematikai kompetencia következő készség-és képesség-komponensei köré szerveződtek:**

<b>Készségek</b>	<b>Gondolkodási képességek</b>	<b>Kommunikációs képességek</b>	<b>Tudásszerző képességek</b>	<b>Tanulási képességek</b>
<i>Számlálás, Számolás, mennyiségi következtetés, becslés, mérés, mértékegységváltás, szövegesfeladat- megoldás</i>	<i>rendszerezés kombinativitás deduktív következtetés induktív következtetés valószínűségi következtetés érvelés, bizonyítás</i>	<i>relációszőkincs szövegértés, szövegértelmezés térlátás, térbeli viszonyok ábrázolás, prezentáció</i>	<i>problémaérzékenység probléma-reprezentáció eredetiség, kreativitás problémamegoldás metakogníció</i>	<i>figyelem rész–egész észlelés emlékezet feladattartás feladatmegoldási sebesség</i>

A táblázat dőlt betűvel írt részei a matematika tanulása, a matematikai kompetencia szempontjából különösen meghatározó jelentőségűek, ezek közül valók a kiemelt fejlesztési területek, amelyek kitüntetett figyelmet kapnak.

## A kerettanterv jellemzői, alkalmazhatósága

A Köznevelési Törvény (továbbiakban KT) 8.§-a (3) bekezdése értelmében az **alapfokú nevelés-oktatás szakasza**, mely az 1–8. évfolyamokat öleli fel, a következő módon tagozódik:

- a) bevezető szakasz* (1–2. évfolyam),
- b) kezdő szakasz* (3–4. évfolyam),
- c) alapozó szakasz* (5–6. évfolyam),
- d) fejlesztő szakasz* (7–8. évfolyam).

A (4) bekezdése értelmében a középfokú nevelés-oktatás szakasza, mely szakiskolák esetében a 9–10. évfolyam, középiskolában a 9–12. vagy a 9-13. évfolyam.

A középfokú nevelés-oktatás szakasza két részre tagolódik, melyek a következők:

- a) általános műveltséget megszilárdító szakasz* (9–10. vagy a 9–11. évfolyamok)
- b) általános műveltséget elmélyítő, pályaválasztást segítő szakasz* (11. vagy 12. évfolyamon kezdődő és a 12. vagy a 13. évfolyam végéig tartó szakasz)

A kompetencia alapú kerettanterv a KT által előírt szakaszolást és a mindennapi gyakorlatot figyelembe véve az 1-12. évfolyamok számára készített matematika kerettanterv szakaszolására az alábbiak szerint biztosít lehetőséget:

- I. Bevezető-kezdő szakasz (1–4. évfolyam).
- II. Alapozó szakasz (5–6. évfolyam)
- III. Fejlesztő szakasz (7–8. évfolyam)
- IV. Középfokú nevelés-oktatás szakasza (9–12. évfolyam)
- V. Szakiskolai szakasz (9–10. évfolyam) – a szakiskolák részére külön kerettantervet készítettünk, ez nincs benne ebben az anyagban.

Jelen kerettanterv és az erre épülő teljes program anyagai a magyar köznevelés nevelő és oktató munkája különböző pedagógiai szakaszait kiszolgálja. A modern követelményekkel, módszerekkel, eszközökkel az 1–12. évfolyamok következetes építkezési ívét meg nem törve, a fentebb jelzett szakaszolást figyelembe véve, a mai gyakorlatban megtalálható iskolaszervezet bármelyikében alkalmazható.

A kerettanterv a magyar matematikai nevelés jó hagyományait, értékeit megőrizve a következő területeken fogalmaz meg kiemelten hangsúlyos feladatokat:

**1. Fejlesztés-központúság megvalósítása** két fő területen: a tanulók komplex fejlesztése; valamint a matematikai tartalmak fokozatos felépítése, mélyítése, bővítése. Ez a szemlélet megkívánja, a felépítés lehetővé teszi a tanulók differenciált foglalkoztatását, az egyéni bánásmód megvalósítását is.

**2. Az esélyegyenlőtlenség csökkentése**, a különböző adottságú, képességű tanulók felzárkóztatásának illetve tehetségük kibontakoztatásának változatos módszerekkel történő megvalósítása (például a matematikatörténeti érdekességek, a különböző játékok, mint alapvető tevékenységi formák használata a motiváltság erősítésében, stb.).

Az inkluzív nevelésben részt vevő **sajátos nevelési igényű tanulók** számára ajánlásokat találhatunk a kerettanterv 13. mellékletében.

**3. A matematika hasznosságának**, gyakorlati hasznosíthatóságának, más műveltségterületeken történő alkalmazásának hangsúlyosabb szerepeltetése a kulcskompetenciák fejlesztése érdekében.

**4. A kerettanterv új szemléletét megerősítő tevékenységi formák, módszertani ajánlások megjelenítése** (pl.: páros és csoportmunka, kooperatív tanulási eljárások megismertetése).

**5. Az értékelési módszerek változatosságának hangsúlyozása** (az értékelést is a fejlesztés szolgálatába állítva, például megerősíti az egyén önmagához képesti fejlődésének pozitív értékelését is).

**6. A matematikai fogalmak fokozatos fejlesztése**, az életkori sajátosságoknak megfelelő tevékenységgel megerősített megjelenítése, a tudatosan átgondolt, spirális tananyag-felépítés.

Ezt a kerettantervet – mely kis kiegészítéssel helyi tantervként is használható - ajánljuk minden olyan matematika tantárgyi programhoz, amelyik a matematikai nevelőmunka megújítására törekszik.

A kerettanterv egy gyakorlati megvalósítását biztosító komplex eszközrendszer készült el a sulíNova Kht. keretében lezajlott fejlesztési folyamat során. (Educatio – sulíNova program HEFOP 3.1.1.) Ezen dokumentumok (feladatlapok, könyvek, tanári segédletek, eszközök, stb.) moduláris építkezése lehetővé teszi az 1–12. évfolyamok bármelyikén való – akár önálló – alkalmazásukat, és biztosítja azon középiskolák számára is a 9. évfolyam matematikai nevelésének megszervezését, ahol a középiskolai tanulmányokat nyelvi évfolyamok szervezésével kezdik.

A modulok a tanórai fejlesztéseket (A típus), más műveltségterületek által támogatott matematikai kompetenciafejlesztést (B típus) és a tanórán kívüli foglalkozásra tervezett fejlesztést (C típus) jelenítik meg.

Az elkészült eszközrendszer részei a tanulói munkafüzetek (eszközmellékletekkel), tanári útmutatók (módszertani, értékelési javaslatokkal, ajánlásokkal, alternatív eljárások bemutatásával, a szükséges eszközökkel).

Általánosan megfogalmazható, hogy az 1–4. évfolyamok dokumentumai a fogalmak és ismeretek megalapozáshoz kiváló előkészítést adnak. Dominálnak a cselekvéshez kötött, tapasztalatokra építő eljárások. Az alsóbb évfolyamok folytatásaként a felső tagozaton is sok, a tanár által előre megtervezett tudatos tevékenység kíséri a fogalmak bevezetését, megértését, érlelését.

A kerettanterv egységesen kezeli az 5–8. évfolyamokat, azonban a bevezető utáni elkülönített, az alapozó szakasról és a fejlesztő szakasról külön-külön szóló összefoglaló segítséget nyújt a kerettanterv alkalmazásához a hat osztályos középiskolák számára is.

Ez az iskolaszakasz összekötő szerepet tölt be az alsós évfolyamok szemléletformáló, tevékenykedtető, felfedeztető fejlesztő munkája és a 9–12. évfolyamok deduktív gondolkodásra nevelő fejlesztő munkája között.

Itt jegyezzük meg, hogy a közoktatás 9–12. évfolyamán a matematikai nevelés közös tartalma mindenütt ugyanaz, hiszen a kimeneti szabályozás, azaz az érettségi (valószínűleg hosszú időre) meghatározza az azonos elvárásokat. Természetesen a megvalósítás során a tartalmi hangsúlyok kismértékű eltolódása illetve az alkalmazások (feladatok, problémák, projektek, stb.) szakmacsoportokhoz való igazítása szükségszerű.

A matematika kerettanterv az 1–12. évfolyamokon az alapórára épít (4-4-4-3-4-3-3-3-3-3-3-3 óra/hét), de a témakörök mélyítésének és kiterjesztésének lehetőségeit bemutatja, hogy emelt óraszám esetén is alkalmazható legyen.

## A kerettanterv szerkezete

Minden szakaszhoz külön bevezető tartozik:

- I. Bevezető-kezdő szakasz (1–4. évfolyam).
- II. Alapozó szakasz (5–6. évfolyam)
- III. Fejlesztő szakasz (7–8. évfolyam)
- IV. Középfokú nevelés-oktatás szakasza (9–12. évfolyam)

A bevezetők után következnek a kerettantervek évfolyamonként. Minden évfolyam végén mellékletet találunk, melyben az adott évfolyam A és C típusú moduljait soroljuk fel a javasolt óraszámokkal. A modulok a sulINova Kht. kompetenciafejlesztő programcsomagjának elemei, az előttük található kódszám első két jegye az évfolyamot, utolsó két jegye az évfolyamon belüli sorszámot jelenti (a C modulok esetén a kód közepén megjelenik a C betű). A kód megkönnyíti a modulok visszakeresését (pl. 0141: 1. évf.. 41. modul, 05C04: 5. évf. C 4. modul).



## IV. Bevezető a 9–12. évfolyamok matematika kerettantervéhez

Ezt a kerettantervet ajánljuk minden olyan matematika tantárgyi programhoz, amelyik a matematikai nevelőmunka megújítására törekszik, része annak a kerettantervnek, amely az 1–12. évfolyamokon folyó kompetencia alapú matematikai nevelés fejlesztési feladatait konkretizálja a következő területek megjelenítésével:

tartalmak (témakörök), ismeretrendszer,  
a követelmények teljesítéséhez javasolt időkeret,  
fejlesztendő képességek, kompetenciák,  
javasolt tevékenységek átfogó rendszere,  
évfolyamonkénti követelmények,  
értékelési eljárások, módszerek.

A kompetencia alapú kerettanterv a Köznevelési Törvény által előírt szakaszolást és a mindennapi gyakorlatot figyelembe véve az 1–12. évfolyamok számára készített matematika kerettanterv szakaszolására az alábbiak szerint biztosít lehetőséget:

- I. Bevezető-kezdő szakasz (1–4. évfolyam).
- II. Alapozó szakasz (5–6. évfolyam)
- III. Fejlesztő szakasz (7–8. évfolyam)
- IV. Középfokú nevelés-oktatás szakasza (9–12. évfolyam)
- V. Szakiskolai szakasz (9–10. évfolyam)

Jelen kerettanterv és az erre épülő teljes program anyagai a magyar köznevelés nevelő és oktató munkája különböző pedagógiai szakaszait kiszolgálja.

A modern követelményekkel, módszerekkel, eszközökkel az 1–12. évfolyamok következetes építkezési ívét meg nem törve, a fentebb jelzett szakaszolást figyelembe véve, a mai gyakorlatban megtalálható iskolaszervezet bármelyikében alkalmazható.

A kerettanterv egy gyakorlati megvalósítását biztosító komplex eszközrendszer készült el a sulíNova Kht. keretében lezajlott fejlesztési folyamat során. (Educatio – sulíNova program HEFOP 3.1.1.) Ezen dokumentumok (feladatlapok, könyvek, tanári segédletek, eszközök, stb.) moduláris

építkezése lehetővé teszi az 1–12. évfolyamok bármelyikén való akár önálló alkalmazásukat, és biztosítja azon középiskolák számára is a 9. évfolyam matematikai nevelésének megszervezését, ahol a középiskolai tanulmányokat nyelvi évfolyamok szervezésével kezdik.

A modulok a tanórai fejlesztéseket (A típus), más műveltségterületek által támogatott matematikai kompetenciafejlesztést (B típus) és a tanórán kívüli foglalkozásra tervezett fejlesztést (C típus) jelenítik meg.

Az elkészült eszközrendszer részei a tanulói munkafüzetek (eszközmellékletekkel), tanári útmutatók (módszertani, értékelési javaslatokkal, ajánlásokkal, alternatív eljárások bemutatásával, a szükséges eszközökkel).

A kerettanterv a magyar matematikai nevelés jó hagyományait, értékeit megőrizve a következő területeken fogalmaz meg kiemelten hangsúlyos feladatokat.

## **Célok és feladatok**

A matematikatanítás célja és feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók kreatív gondolkodását, modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, az emberi kultúrában betöltött szerepét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez, a gazdasági, pénzügyi kérdések áttekintéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Szükségessé vált, hogy a matematikatanítás során felvetett problémák kapcsolódjanak a környezeti neveléshez, a családi életre neveléshez, egészségneveléshez és a helyes fogyasztói magatartás kialakításához, továbbá, hogy a tanulók ismerkedjenek meg a matematika kultúrtörténeti vonatkozásaival is.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek a várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére, ugyanakkor képesek legyenek a problémák közös megoldására is. Ennek érdekében szoktassuk a tanulókat a kooperatív munkaformához, az erre alkalmas tananyagok egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozásával, a feladatmegoldások megbeszélésével. A csoportmunkában elvégzett feladatok értelmezése és bemutatása közben a tanulók kommunikációs képessége is fejlődik. Differenciált munkaformákkal biztosítsuk a tehetséggondozást, és az elmaradók felzárkóztatását. Fokozatosan alakítsuk ki a matematika szaknyelvének pontos használatát és jelölésrendszerének alkalmazását.

Középiskolában is nagy hangsúlyt kell fektetni a szemléltetésre, a tanulók önálló tevékenykedtetésére annak ellenére, hogy általános iskolai tanításhoz képest a deduktív módszerek is előtérbe kerülnek.

E kerettanterven alapuló középiskolai tananyag egy sikeres középszintű érettségi vizsgára készíti fel a tanulókat. Az emeltszintű érettségi vizsgához szükséges többlet-tudást a fakultatív oktatási rendszerben kapják meg a tanulók.

## A fejlesztési célok és kompetenciák

- Tájékozódás
  - Tájékozódás a térben
  - Tájékozódás az időben
  - Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban
- Megismerés
  - Tapasztalatszerzés
  - Képzelet
  - Emlékezés
  - Gondolkodás
  - Ismeretek rendszerezése
  - Ismerethordozók használata
- Ismeretek alkalmazása
- Problémakezelés és -megoldás
- Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás
- Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek és együttéléssel kapcsolatos értékek
  - Kommunikáció
  - Együtműködés
  - Motiváltság
  - Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás

## A helyes tanulási szokások kialakítása

A négy év során tudatosan kell fejleszteni a tanulók lényegkiemelő, analizáló és diszkussziós képességét, átfogó, nagyobb összefüggések felfedezésére is képes gondolkodását. Erre irányul a matematikaoktatásban a sokféle logikai feladat, a felfedezettő tanítás, az ismétlés, a rendszerezés, a szövegelemzés, a megoldások vizsgálata.

Szöveges feladatokon keresztül fejlesztjük a tanulók szövegértését, lényegkiemelő képességét. A mindennapi életből vett problémák matematikai megoldását összevetjük a reális, elvárható eredménnyel. Ezért fontos a becslési képesség fejlesztése is.

A geometriai feladatok különösen alkalmasak a precíz munkavégzés elsajátíttatására. Vázlat elkészítésére, annak elemzésére, a feladathoz kapcsolódó ismeretanyagok tudatos szintetizálására szoktatjuk a tanulókat. A kivitelezésnél a tanulók esztétikai érzékét, a megoldások számának elemzése során pedig diszkussziós képességüket fejlesztjük.

A térszemlélet fejlesztése segíti a világban való eligazodást. A valóság tárgyait modelleken keresztül szemléltetve, önállóan elkészített mértani testeken keresztül ismerik meg a tanulók. A felfedezett összefüggéseket a gyakorlati problémák megoldása közben is alkalmazzák.

A zsebszámológépet készség szinten használják, ismerik a grafikus kalkulátort, és a tanuláshoz használható matematikai programokat, valamint az internetes weblapokat.

A csoportmunkában a tanár által összeállított feladatsorokon keresztül a tanulók a régi ismereteik alkalmazásával közösen fedezik fel az új matematikai összefüggéseket. Az új ismeretek tanári irányítással, frontális munkaformában rögzülnek. Az együttműködés folyamatában a közös eredmény érdekében előtérbe kerül egymás tiszteletben tartása, a szolidaritás, a tolerancia, a segítőkészség, valamint fejlődik a vitakészség és az érvelés képessége. Ebben a szocializációs folyamatban könnyebben kialakul az intenzív érdeklődés és a kíváncsiság. Ez alapvető feltétele a világ dolgaihoz való pozitív viszonyulásnak, a nyitottságnak, az élethosszig tartó tanulás magalapozásának.

Felhívjuk az érdeklődő tanulókat a figyelmét a szakirodalomra, a szakfolyóiratokra, kiemelten a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokra.

## Értékelés, számonkérés

➤ A fejlesztendő képességek:

Az alapvető fogalmak, definíciók, tételek memorizálása, alkalmazása

Az alapvető algoritmusok elsajátítása és alkalmazása

Az összefüggések megértése, alkalmazása

Lényegkiemelés a mindennapi életből merített problémákban

A matematikai szaknyelv és jelrendszer alkalmazása

➤ Az értékelés a tanulók tudásszintjének megismerését szolgálja, visszajelzést ad a tanulónak, a tanárnak és a szülőnek a fejlődés mértékéről, ezért alapvetően fontos a tanulók előrehaladása érdekében. A tantervben „követelmények” címszó alatt található a középszintű érettségihez szükséges ismeretek, *dőlt betűvel* pedig a kiegészítő tananyagok, melyek elmélyítéshez vagy kitekintésre szolgálnak.

➤ A diagnosztizáló felmérők segítségével megállapítható, hogy a tanulók eljutottak-e arra a szintre, ahonnan tanulmányaikat tovább folytathatják. Ezekre a felmérésekre nem adunk osztályzatot. A mérés elvégzése után a lemaradókkal célszerű az adott anyagrészben a továbbiakban differenciáltan foglalkozni.

Kisebb anyagrészek lezárásakor ajánlott röpdolgozatot íratni, amelyet tanári gyakorlatnak megfelelően osztályzattal értékelünk. Ha a tanulók tudásában nagy hiányosságokat tapasztalunk, akkor az osztályzástól eltekinthetünk. Ebben az esetben a hiányok pótlása vagy folyamatosan végezhető, vagy a nagyon nehéznek tűnő anyagrészre később lehet visszatérni.

A jelentősebb fejezetek lezárásakor témazáró felmérő íratása javasolt. A felmérő csak a továbbhaladáshoz szükséges ismereteket kérje számon. Az egyes feladatok megoldását pontozással javasolt értékelni, ügyelve a helyes részeredmények pozitív értékelésére is. A dolgozat eredményét százalékkal és érdemjeggyel minősítjük. Így a minősítés a tanulók és a szülők számára is egyértelmű.

A szóbeli számonkérés a matematikában nem túl gyakori a középszintű érettségi kizárólagos írásbeli követelménye miatt.

Értékelhető szóbeli megnyilvánulás a projektmunkák előadása: matematika történeti vonatkozások ismertetése, a művészetek és a matematika kapcsolata, az elkészített portfóliók magyarázata, a mindennapi élethez kapcsolódó gyakorlati feladatok bemutatása.

A csoportmunkát nem szükséges minden esetben értékelni. Ha értékeljük, akkor a csoport minden tagja azonos minősítést kap, mely lehet osztályzat vagy a tanári gyakorlatnak megfelelő egyéb jelrendszer.

Az év végi ismétléskor írathatunk olyan felmérőket, amelyeknek feladatai az érettségi vizsga első részéhez hasonlóan csak rövid válaszokat, számolást, indoklást igényelnek.

A 12. évfolyamon az érettségire való felkészítés miatt 45+135 perces felmérőket is célszerű íratni a korábbi évek érettségi feladatsorai alapján, hogy ezzel a vizsgaformával megismerkedjenek a tanulók. Mivel ez külön szervezést igényel, javasoljuk évfolyamszintű próbaérettségi íratását.

## A kerettanterv alkalmazhatósága

A kerettantervhez szervesen illeszkedik a sulinova Kht megbízásából kidolgozott modulrendszerű programcsomag. Egy modul egy tananyag-egységet dolgoz fel, a legkorszerűbb oktatási módszerek alkalmazásával. A kis tanegységekre való felbontás miatt más matematika tanítási koncepció esetén is alkalmazható.

A kerettantervhez illeszkedő részletes tanmenet az iskolák helyi tantervének elkészítését segíti.

A tanulói munkafüzet kidolgozott példákat, ezt követően a felvetett problémák következményeként az elméleti tananyag összefoglalását, további feladatokat és az adott tanegységhez kapcsolódó kislexikont tartalmaz.

A tanárok számára kézikönyv készült, melyben megtalálhatók az egyes évfolyamok tanmenetei, a feladatok megoldásai, a különböző tanítási módszerek részletes leírásai, az előre gyártott taneszközök, az egyes témakörökhöz csatlakozó internetes weblapok és az oktatásban használható programok. A kézikönyv diagnosztizáló felmérőket, röpdolgozatokat és témazáró felmérőket is tartalmaz. Ehhez elektronikus formátumban lehet hozzáférni, felsorolásuk az évfolyamok végén a mellékletekben található. A táblázatban szereplő modulok után *(dőlt betűvel)*, az úgynevezett C típusú modulokat soroltuk fel, amelyek magasabb heti matematika óraszám esetén, a többlet órákon kerülhetnek feldolgozásra, vagy délutáni foglalkozás keretében javasoljuk felhasználásukat a tanulásban lemaradt, illetve a témakör iránt érdeklődő tehetséges tanulók foglalkoztatására. A C modulok vázlata a megfelelő évfolyam tanterve végén, a mellékletben található.

## 9. ÉVFOLYAM

37 tanítási hét, heti 3 óra, összesen 111 óra

	<b>Témakörök</b>	<b>Javasolt óraszám</b>
<b>I.</b>	Gondolkodási módszerek	15
<b>II.</b>	Algebra	32
<b>III.</b>	Geometria	27
<b>IV.</b>	Függvények	15
<b>V.</b>	Valószínűség, statisztika	8

A tananyag feldolgozására 97 órát osztottunk ki, ezeken kívül 8 órát szántunk a témazáró dolgozatokra. (Az éves óraszámából fennmaradó további órák ismétlésre, a nehezebben elsajátítható témák elmélyítésére szolgálnak.)

## 9. ÉVFOLYAM – I. TÉMAKÖR

### GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

15 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Halmaz elemeinek száma, végtelen elemszámú halmazok, számosság. Halmazok közös részének és egyesítésének elemszáma logikai szitával.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Kombinatorikus gondolkodás segítségével fejlesztjük a valószínűségi szemléletet.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák átemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. A kombinatív gondolkodás fejlesztése összetett, több irányba is nyitott végű probléma megoldása során.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Következtetés a speciális, konkrét megfigyelésektől az általános esetre, az induktív gondolkodás fejlesztése.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK
<p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.</p> <p>Kevés számú elem esetén az összes sorrend megszámlálása, egyéni illetve csoportos kísérletek elvégzése során, ismétlődő elemek esetén is.</p> <p>Kiválasztási problémák konkrét bemutatása, megfigyelése. Adott síkbeli alakzatok, térformák csoportosítása, egyéni manipulációval.</p> <p>Játék számkártyákkal, dobókockával, bármilyen általunk feliratozott kártyával.</p>



<b>ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK</b>
<p>A halmaz fogalma, ábrázolása: Venn-diagram, megadása, halmazok egyenlősége, a halmaz elemei, a halmaz elemeinek száma, logikai szita, üres halmaz, részhalmaz, komplementer halmaz.</p> <p>Műveletek halmazokkal: metszet, unió, különbség.</p> <p>Számhalmazok, a valós számok halmaza.</p> <p><i>Egyszerű pontthalmazok a koordinátasíkon, nevezetes pontthalmazok</i></p> <p>Kombinatorikai feladatok megoldása, sorba rendezés, kiválasztás, ismétlődő elemek esetén is.</p> <p>Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása. A definíció és a tétel különbözősége.</p>

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Függvények, oszthatósági feladatok, geometriai alakzatok rendszerezése, pontthalmazok síkon, koordinátasíkon, térben.</p> <p>Gráfok.</p> <p>Valószínűség-számítás kombinatorikus úton.</p> <p>A logika elemei a matematika minden témakörében.</p> <p>Halmazok, adatsokaságok, statisztika.</p>	<p>Halmazszemlélet a földrajz, a biológia a kémia tudományban.</p> <p>Formák, motívumok periodicitása a képzőművészetben és a zenében.</p> <p>Számítástechnika.</p> <p>Az összes lehetőség megkeresése egy valóságos probléma megoldásakor (Pl. egy elektromos hálózat, vagy vízvezeték hálózat javítása során).</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Tájékozottság a valós számkörben.</p> <p>Részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbségének ismerete és alkalmazása.</p> <p>A logika alapvető műveleteinek alkalmazása mindennapi problémák megoldásában.</p>

## 9. ÉVFOLYAM – II. TÉMAKÖR

## ALGEBRA

32 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a számfogalom elmélyítése, egy szám többféle felírása, hatványozás, nagyságrendi viszonyok. A folytonosság érzékeltetése.
Mennyiségi következtetés	Ismerkedés az irracionális számok tulajdonságaival, azok racionális számmal való szorzásával és osztásával, egyenes, fordított és egyéb arányossági következtetési szemlélet fejlesztése a valós számkörben.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Az arányossági feladatok eredményének becslése. A becsült eredmények valószínű, valószínűtlen voltának eldöntése (szemléletfejlesztés). Mennyiségek mérése, azonos mértékrendszer használata, összetett mennyiségek ismerete ( Pl. sebesség, sűrűség, Ft/db, népsűrűség : db/m <sup>2</sup> stb.) A mennyiségfogalom fejlesztése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóságbeli problémák matematikai értelmezése (a metakogníció fejlesztése).
Rendszerezés, kombinativitás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A korábbi matematikai ismeretek beépítése, a lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása. Számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Azonosságok, igaz, hamis egyenlőségek, konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig (induktív gondolkodásmód fejlesztése). Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése).

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Számolási feladatok írásban, fejben, önállóan, programozott lépések szerint.  
 Elemi számelméleti összefüggések, prímszámok, összetett számok keresése.  
 Oszthatósági szabályok, osztók, többszörösök meghatározása.  
 Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján.  
 Szöveges feladatok értelmezését szolgáló nyelvi játékok.  
 Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények közös becslése, a megoldott egyenletek eredményének ellenőrzése, értelmezése, szöveges válasz a felvetett szöveges problémára.  
 Egyéni, csoportos munkában arányosságok felfedezése sík és térbeli alakzatok tulajdonságai között, képletek, összefüggések elemzése.  
 Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű katalógusok, stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.  
 Kutatási projektek (előadás, vagy írásbeli feldolgozás)  
 – matematikatörténeti témában, (pl.: a negatív számok, az irracionális számok kialakulása),  
 – az arányosságok vizsgálata más tudományokban,  
 – az „isten arány”, az aranymetszési arány a művészetekben, stb.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Műveleti azonosságok a valós számok halmazában, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.  
 A műveletek sorrendje, kifejezések szorzattá alakítása.  
 Hatványozás egész kitevőre, a hatványozás azonosságai.  
 A számok normálalakja.  
*Számrendszerek.*  
 Nevezetes azonosságok:  $(a + b)^2$ ,  $(a - b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ .  
 Műveletek algebrai törtekkel, összetett algebrai kifejezések azonos átalakítása.  
 Arányosságok, következtetések, százalékszámítás.  
 Elsőfokú egyenletek.  
 Egyszerű abszolút értékű egyenletek.  
 Elsőfokú egyenlőtlenségek.  
 Elsőfokú két ismeretlenes egyenletrendszerek.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Műveletek racionális számkörben. Logikai műveletek, halmazok. Négyzetgyök és $n$ -edik gyök, gyökfüggvények. A logaritmus, exponenciális, függvények.	Normálalak használata: kémia, fizika, földrajz, csillagászat, statisztikai mutatók. Arányosságok a valóságban, a természetben, a művészetekben.

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
A másodfokú azonosságok alkalmazása. A négy alpművelet elvégzése algebrai kifejezésekkel. Arányosságok felismerése, alkalmazása szöveges feladatokban és a mindennapi problémákban. Szövegértés, szövegelemzés. Oszthatósági szabályok biztos ismerete. Összetett számok prímtényező alakja. Elsőfokú egyenletek biztos megoldása. Egyszerűbb egyenletrendszerek biztos megoldása.

## 9. ÉVFOLYAM – III. TÉMAKÖR

## GEOMETRIA

27 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Geometriai alakzatok mennyiségi jellemzői, csúcsok, élek, lapok száma, kerület, terület, élváz hossza, felület, térfogat nagysági viszonyai, mérőszámok összehasonlítása, rendezése, a számolási készség alkalmazása a valóság tárgyain, illetve azok geometriai modelljein.
Mennyiségi következtetés	A sík- és térbeli alakzatok építése, következtetések megfogalmazása mennyiségi jellemzőik között. A mennyiségek folytonossága, fogalmának továbbfejlesztése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Síkidomok kerületének, területének, térbeli alakzatok élvázának, felületének, térfogatának becslése. Valóságos tárgyak, modellek elkészítéséhez felhasználandó anyagok mennyiségének közelítő meghatározása, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek, a térlátás fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Síkbeli és térbeli analógiák felfedezése. A valóság tárgyainak jellemzése a geometriai fogalmak segítségével, absztrakciós képesség fejlesztése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK
<p>Tárgyak, testek, síkidomok csoportosítása megadott, vagy egyéni szempontok szerint. Csoportmunka: a sík ill. a tér kitöltése különböző formákkal. A síkon és a gömbön felrajzolt alakzatok tulajdonságainak megfigyelése: hasonlóságok, különbségek.</p> <p>Kutatómunka: (előadás, vetítés számítógéppel, interaktív programok az Internetről).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Térformák, poliéderek, szimmetriák a síkban és a térben.</li> <li>– Geometriai motívumok a képzőművészetben.</li> <li>– Arányok a zenében, a természetben, stb.</li> </ul>

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Tételek és viszonyaik.  
 Testek, elnevezések.  
 Testek geometriai tulajdonságai, élváz, háló, felszín, térfogat (tapasztalati szinten).  
 Háromszögek jellemzése, alapfogalmak, kerület, terület.  
 Háromszögek nevezetes vonalai, körei, definíciók, tételek (bizonyítás nélkül).  
 Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel (bizonyítással), a tételek alkalmazása.  
 Négyszögek, sokszögek belső és külső szögei.  
 Négyszögek osztályozása, speciális négyszögek: trapézok, paralelogrammák, deltoidok, húr- és érintőnégyszögek (bizonyítás nélkül), kerület- és területszámítás, szerkesztési feladatok.  
 Kör és a szabályos sokszögek.  
 Kör és részei, kerületük, területük, a szög ívmértéke.  
 Transzformációk: szimmetriák, eltolás, elforgatás (tapasztalatgyűjtés, manipuláció). Szimmetriák a térben: a valóságban, a természetben.  
 Vektorok jellemzése, alkalmazása.  
*Térbeli transzformációk.*

**KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK**

<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Halmazok, logika. Korábbi tanulmányok a síkidomokról és testekről. Nevezetes ponthalmazok, szögfelező, szakaszfelező merőleges.	Képzőművészet, zene, építészet, informatika, természeti környezet, modellezés, kertészet, szabás-varrás.

**KÖVETELMÉNYEK**

Tájékozottság a megismert síkidomok és testek tulajdonságaiban.  
 Speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságainak ismerete.  
 Nevezetes tételek: Pitagorasz-, Thalész-tétel alkalmazása.  
 Kör részeinek ismerete, az ívmérték használata.  
 Szimmetriák felismerése, alkalmazása geometriai modelleken.  
 Vektorok alkalmazása.

## 9. ÉVFOLYAM – IV. TÉMAKÖR

## FÜGGVÉNYEK

15 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása, a függvények tulajdonságainak (pl.: növekedési és fogyási viszonyainak) meghatározása. A grafikus megjelenítés a függvényértékek közötti reláció meghatározását képi formában is megerősíti.
Mennyiségi következtetés	Mozgás-, hőingadozási- stb.- grafikonok, egyéb statisztikai adatokat szemléltető grafikonok segítségével tovább mélyíthető a mennyiségi következtetés képessége. A folytonos, a szakaszos és a diszkrét változások elemzése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A grafikus ábrázolás közelítő képi megjelenítést biztosít. A valóság folyamatait leíró grafikonok, és a matematikai függvények grafikonjainak különbözősége, hasonlósága.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta- rendszerben, többsíkú gondolkodást igényel, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Kombinatív gondolkodást és az összefüggések felismerésének képességét feltételezik az alábbi műveletek: <ul style="list-style-type: none"> <li>– többféle grafikon együttes megfigyelése, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata.</li> <li>– a geometriai transzformációk alkalmazása a függvény-transzformációk végrehajtásánál.</li> <li>– a halmazszemlélet, az algebrai összefüggések és a geometriai tulajdonságok párhuzamos alkalmazása.</li> </ul>
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott függvényekről, átlépés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Játék: tájékozódás térben, időben (csoportos),  
„torpedó” (páros).  
Tájékozódás térképen, földgömbön (párban).  
Adott tulajdonságú pontok keresése, pl. barkochba játékkal.  
Grafikonok készítése

- milliméterpapírra (egyéni),
- mágnes táblán (csoportokban),
- írásvetítőn, egymáson elmozgatható fóliákkal (tanári irányítással).
- függvényábrázoló programokkal pendrive-ra, aktív táblára (tanári irányítással).

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Tájékozódás a koordináta-rendszerben, pontok, tartományok keresése.  
A valóság változó jelenségeinek megfigyelése, az adatok lejegyzése, azok ábrázolása. Arányosságok megállapítása.  
Tanult összefüggések, képletek alkalmazása, az összetartozó értékek ábrázolása.  
Ábrázolás geometriai, fizikai képletek alapján.  
A függvény fogalmának előkészítése, bevezetése.  
A lineáris függvény jellemzése, milyen folyamatok leírására szolgálhat.  
Függvénytulajdonságok: meredekség, növekedés, fogyás, zérushely, tengelymetszet.  
Az abszolútérték-függvény, új tulajdonság: szélsőérték  
A másodfokú függvény, milyen folyamatok leírására szolgálhat.  
Egyszerű függvénytranszformációk.



<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Halmazok, ponthalmazok, algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben, arányosságok, sorozatok, geometriai transzformációk.            Nevezetes ponthalmazok (ellipszis, hiperbola, parabola).            Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása.            Ponthalmazok uniója, közös része: halmazok, logika.            Táblázatok, grafikonok olvasása (statisztika).</p>	<p>Alkalmazás fizikai, kémiai törvényszerűségek leírására.            A valóság folytonos, illetve diszkrét folyamatai.            Grafikonok alkalmazása a képzőművészetben.</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Az alapfüggvények grafikonjának ismerete.            A valóság folyamatainak grafikus megjelenítése.            Adott grafikonok értő olvasása.</p>

## 9. ÉVFOLYAM – V. TÉMAKÖR

### VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA

8 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Statisztikai adatoknál számlálás, gyakoriság, relatív gyakoriság. Esetek leszámítása.
Mennyiségi következtetés	Egyszerű számítások relatív gyakoriságokkal. Gráfok és diagramok alkalmazása a szemléltetésre.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Egy kísérlet kimenetelének relatív gyakorisága és valószínűsége közötti kapcsolat. Szubjektív valószínűségi becslések és ellenőrzésük tapasztalatok elemzésével.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Olyan mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak szerepe van. Tömegjelenségek, újságcikkek olvasása és értelmezése. Egyszerű valószínűségi állítások jelentése a mindennapi életben.
Rendszerezés, kombinatívitas	Adatok rendszerezése, táblázatok, diagramok értelmezése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	A statisztikai kijelentéseknek és következtetéseknek a klasszikus logikától eltérő tulajdonságai.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK
Adatgyűjtés statisztikai zsebkönyvből, Internetről, újságokból, szaklapokból, vagy saját felméréssel. Adatok feldolgozása, számológép és számítógép szerepe. Játékok és megfigyelések, adatgyűjtés. Vita különböző esélylatolgatásról, csoportos munka.

ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK
Statisztikai adatok fajtái, grafikonok, diagramok: oszlop, kör, sáv és vonaldiagram. Statisztikai adatok jellemzői: átlag, medián, módusz.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Törtek Függvények és grafikonok Kombinatorika Algebra	Társadalomtudományok, szociológia, földrajz, nyelvtudományok.

<b>MÓDSZERTANI ORIENTÁCIÓ</b>	
<b>Tanítási eljárások</b>	Csoportos munka, beszámolók szervezése, számítógépterem Internet hozzáféréssel. Számítógép, projektor, aktív tábla. Frontális módszer. Feladatlapok.

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
Adatok szemléltetése, jellemzők megadása. Gyakoriság, relatív gyakoriság.

**9. melléklet a 9. évfolyam kerettantervéhez**

A típusú (tanórai) és C típusú (tanórán kívüli) modulok listája:

I. TÉMAKÖR	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			15 óra
A modul sorszáma és címe	0901	Halmazok	6 óra
	0902	Logika	3 óra
	0903	Kombinatorika	6 óra
Kapcsolódó C modulok	09C06	<i>Gondolkodom, tehát vagyok</i>	
	09C09	<i>Sakkmatek</i>	

II. TÉMAKÖR	ALGEBRA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			32 óra
A modul sorszáma és címe	0904	Műveletek a valós számkörben	10 óra
	0905	Arányosság, százalék	6 óra
	0916	Algebrai azonosságok	6 óra
	0917	Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	10 óra
Kapcsolódó C modulok	09C02	<i>Számolgatunk?</i>	
	09C03	<i>A szorzattá alakítás művészete</i>	
	09C04	<i>Osztozzunk!</i>	
	09C05	<i>Karácsonyi szám</i>	

III. TÉMAKÖR	GEOMETRIA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			27 óra
A modul sorszáma és címe	0906	Térgeometria	5 óra
	0907	Háromszögek	6 óra
	0908	Négyszögek, sokszögek	3 óra
	0914	Vektorok	3 óra
	0915	Egybevágósági transzformációk	6 óra
	0919	A kör	4 óra
Kapcsolódó C modulok	09C01	<i>Időben a térben</i>	
	09C08	<i>Szimmetrikus?</i>	
	09C09	<i>Sakkmatek</i>	

IV. TÉMAKÖR	FÜGGVÉNYEK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			15 óra
A modul sorszáma és címe	0909	Összefüggések, képletek	3 óra
	0910	Függvénytulajdonságok	3 óra
	0911	Lineáris függvények	3 óra
	0912	Abszolút érték függvény	3 óra
	0913	Másodfokú függvények	3 óra
Kapcsolódó C modulok	09C10	<i>Mi függ mitől?</i>	
	09C12	<i>Lineáris programozás</i>	

V. TÉMAKÖR	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			8 óra
A modul sorszáma és címe	0918	Statisztikai alapfogalmak	8 óra
Kapcsolódó C modulok	09C07	<i>Véletlen?</i>	

## C típusú (tanórán kívüli) modulok kapcsolódási tartalma:

09C01 Időben a térben	
<b>A modul célja</b>	A tanulók érdeklődésének felkeltése, térszemléletének fejlesztése. Térhatású ábrák rajzoltatása. A foglalkozás lehetőséget nyújt a tanárnak, hogy megfigyelje az egyes tanulók térlátásának fejlettségét, elemző képességét.
<b>Időkeret</b>	1 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: képzőművészet, biológia, kémia. Szűkebb környezetben: térgeometria. Ajánlott megelőző tevékenységek: aktív, tanulói foglalkoztatást előtérbe helyező tanórai foglalkozások.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Térlátás, térbeli viszonyok felismerése, ábrázolás, elemzés.

09C02 Számolgatunk	
<b>A modul célja</b>	Számolás változatos módon törtekkel (játékkal, játékos problémák felvetésével, gyakorlati helyzetekben). Modell alkotása a nagyon nagy illetve nagyon kicsi pozitív számok nagyságrendjének érzékeltetésére. A tanulók számolási készségének, kombinációs képességének fejlesztése, az együttműködési készség és döntőképeség alakítása. A foglalkozások lehetőséget nyújtanak a tanárnak, hogy megfigyelje az egyes tanulók számolási készségét, probléma iránti érzékenységét, önállóságát, együttműködési készségét.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, mennyiségi következtetés, kombinativitás, valószínűségi következtetés, szövegértés, szövegértelmezés, problémamegoldás, rendszerezés, becslés.

09C03 A szorzattá alakítás művészete	
<b>A modul célja</b>	A tanulók eddigi algebrai ismereteinek tudatosítása. Memória játékkal az asszociatív és értelmes memória fejlesztése. A tanulók bizonyítási igényének felkeltése, továbbá segítség nyújtás az önálló tanulói bizonyítások végrehajtásához. (Azonosságokhoz olyan szöveges feladat gyártása, amelynek megoldásában felhasználható a megadott azonosság.)
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: fizika, kémia, későbbi matematika tanulmányok Szűkebb környezetben: saját programcsomagunkban a 2. („Számolgatunk” című) modul Ajánlott megelőző tevékenységek: tanórai algebrai ismeretek.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Probléma-érzékenység, problémamegoldás, együttműködés, kreativitás, metakogníció, érvelés, asszociatív memória, értelmes memória.

09C04 Osztozzunk!	
<b>A modul célja</b>	A tanulók számelméleti ismereteinek elmélyítése. A tanulói ismeretek tudatosítása, elemző képességük fejlesztése.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: NAT szerinti: tapasztalatszerzés, tapasztalatok tudatosítása. Szűkebb környezetben: kombinatorika, valószínűségszámítás. Ajánlott megelőző tevékenységek: tanórai számelméleti ismeretek.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Elemzés, szövegértés, szövegértelmezés, szöveg összefüggések keresése, kombinativitás, kreativitás, mennyiségi következtetés, probléma-érzékenység, problémamegoldás, metakogníció



09C05 Karácsonyi szám	
<b>A modul célja</b>	A tréfás nyelvi játékokkal, a logikai fejtörők és betűrejtvények megoldásával a tanulók kreativitásának, nyelvi fejlettségének, elemző képességének fejlesztése.
<b>Időkeret</b>	1 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: magyar nyelvtan, irodalom. Szűkebb környezetben: bármelyik modul közé beiktatható. Ajánlott megelőző tevékenységek: nem igényel.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Elemzés, szövegértés, szövegértelmezés, szöveg összefüggések keresése, nyelvi fejlettség kombinativitás, kreativitás, probléma-érzékenység, problémamegoldás.

09C06 Gondolkodom, tehát vagyok	
<b>A modul célja</b>	A logikus gondolkodás, a logikai képességek és a gondolkozási módszertan eszköztárának fejlesztése.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: tájékozódás a hétköznapi életben, a kijelentések értelmezése. Szűkebb környezetben: a matematika minden területe.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Gondolkodási képességek: induktív és deduktív következtetés, érvelés, a gondolkodási sebesség fejlesztése. Kommunikációs képességek: szövegértés, szövegértelmezés, nyelvi fejlettség.

09C07 Véletlen?	
<b>A modul célja</b>	A relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának megismerése és megértése. Az események valószínűségének a becslése a relatív gyakoriság alapján. A kombinatív gondolkodás fejlesztése. Két esemény valószínűségének összehasonlítása, és becslés a relatív gyakoriságukra. Grafikonok értő olvasása, a grafikus manipulációk felismerése.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: mérések kiértékelése a fizikában, kémiában, biológiában. Szűkebb környezetben: valószínűségszámítás, kombinatorika. Ajánlott megelőző tevékenységek: statisztikai alapfogalmak ismerete. Ajánlott követő tevékenységek: valószínűségszámítás.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	A gondolkodási képességek fejlesztése: rendszerezés, kombinativitás, deduktív és induktív következtetés, valószínűségi következtetés. Vizuális képességek fejlesztése: Tájékozódás a vizuális információk között, ábrázolás

09C08 Szimmetrikus?	
<b>A modul célja</b>	A szimmetriák felismerése, alkalmazása.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: képzőművészetek, játékok. Szűkebb környezetben: geometria, gondolkodási képességek. Ajánlott megelőző tevékenységek: egybevágósági transzformációk ismerete.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Gondolkodási képességek: rendszerezés, probléma-érzékenység, probléma-reprezentáció, kreativitás. Vizuális képességek fejlesztése: térlátás, térbeli viszonyok, ábrázolás. Kommunikációs képességek: szövegértés, szövegértelmezés.

09C09 Sakkmatek	
<b>A modul célja</b>	A kombinatorikai, gráfelméleti és geometriai tapasztalatok elmélyítése, és bővítése
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: építészet, művészetek, játékok. Szűkebb környezetben: kombinatorika, gráfelmélet, (területszámítás) geometria, gondolkodási képességek. Ajánlott megelőző tevékenységek: kombinatorikai és gráfelméleti alapismeretek.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Gondolkodási képességek: induktív és deduktív következtetés, érvelés, gondolkodási sebesség fejlesztése, kombinativitás Kommunikációs képességek: szövegértés, szövegértelmezés.

09C10 Mi függ mitől?	
<b>A modul célja</b>	A függvény fogalmának mélyebb megértése. Szövegben megadott információk rendszerezése, mennyiségek közötti összefüggések felismerése, azok matematika nyelvén való megfogalmazása. A függvény alapfogalmainak biztos ismerete.
<b>Időkeret</b>	5 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Irodalom, képzőművészet, földrajz, építészet. Szűkebb környezetben: A tanórai függvénytani ismeretekkel párhuzamosan, vagy azok utána javasolt a feldolgozása. Ajánlott megelőző tevékenységek: Saját anyagunkban az „Osztozunk!” című modul után javasolt a feldolgozása.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Elemzés, szövegértés, szövegértelmezés, szövegösszefüggések keresése, kreativitás, probléma-érzékenység, problémamegoldás, együttműködési képesség, érvelés

09C11 Egy kevés matematikatörténet	
<b>A modul célja</b>	Azon ókori görög matematikusok életének és munkásságának megismerése, akikről már hallhatott a tanuló tanórán, vagy olvashatott róla a tankönyvében. Az önálló ismeretszerzés „tanulása”, a szakirodalom (Internetről, könyvekből) tanulmányozása (projekt munka). A számírás történetének megismerése.
<b>Időkeret</b>	1 vagy 2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Internet használata Szűkebb környezetben: Geometria, szám fogalma Ajánlott megelőző tevékenységek: A Tálész-, és a Pitagorasz-tételének ismerete
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Együttműködési készség és képesség, nyelvi fejlettség, szövegértelmezés, kreativitás

09C12 Lineáris programozás	
<b>A modul célja</b>	A koordináta geometriai ismeretszerzés előkészítése, függvény fogalmának elmélyítése. Szövegértés fejlesztése, a szövegben megadott információk rendszerezése, a mennyiségek kapcsolatának algebrai megfogalmazása.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Gazdasági élet, tanulói környezet Szűkebb környezetben: Koordináta geometria, lineáris függvények, szélsőérték keresésére épülő problémák megoldása Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a lineáris egyenletrendszer megoldása, lineáris függvény ábrázolása
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Együttműködési készség és képesség, szövegértelmezés, szövegértés, rendszerezés, kreativitás, valóságérzet

## 10. ÉVFOLYAM

37 tanítási hét, heti 3 óra, összesen 111 óra

	Témakörök	Javasolt óraszám
<b>I.</b>	Gondolkodási módszerek	8
<b>II.</b>	Algebra	32
<b>III.</b>	Geometria	30
<b>IV.</b>	Függvények	19
<b>V.</b>	Valószínűség, statisztika	11

A tananyag feldolgozására 100 órát osztottunk ki, ezeken kívül 8 órát szántunk a témazáró dolgozatokra.  
Az éves óraszámából fennmaradó további órák ismétlésre, a nehezebben elsajátítható témák elmélyítésére szolgálnak.

## 10. ÉVFOLYAM – I. TÉMAKÖR

### GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

8 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Céltudatos módszerek kialakítása a lehetséges esetek összeszámlálásakor.
Mennyiségi következtetés	Az elemek számának megváltozásából a lehetséges esetek számának változására való következtetés.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Kombinatorikus gondolkodás segítségével a valószínűségi szemléletet fejlesztése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák átemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. A kombinatív gondolkodás fejlesztése összetett, több irányba is nyitott végű probléma megoldása során. A modellezési képesség fejlesztése a felvetett problémák gráfokkal való szemléltetésével.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Következtetés a speciális, a konkrét megfigyelésektől az általános esetre, az induktív gondolkodás fejlesztése.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK
<p>Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint.</p> <p>Kevés számú elem esetén az összes sorrend megszámlálása egyéni, illetve csoportos kísérletek elvégzése során, ismétlődő elemek esetén is.</p> <p>Kiválasztási problémák konkrét bemutatása, megfigyelése. Játék számkártyákkal, szabályos dobótestekkel, bármilyen általunk feliratozott kártyával.</p> <p>A felvetett problémákban megjelenő kapcsolatok modellezése gráfokkal, a megoldások adaptálása az eredeti szövegekörnyezetbe.</p>

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Számhalmazok, a valós számok halmaza.  
 Kombinatorikai feladatok megoldása, sorba rendezés, kiválasztás, ismétlődő elemek esetén is.  
 Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása. A definíció és a tétel különbözősége.  
*Skatulyaelv.*  
 Gráfelméleti alapfogalmak.

**KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK**

<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Függvények. Valószínűség-számítás kombinatorikus úton. A logika elemei a matematika minden témakörében. Adatsokaságok, statisztika. Gráfok a geometriában.	A logika műveleteinek helyes alkalmazása más tudományokban. Számítástechnika. Az összes lehetőség megkeresése egy valóságos probléma megoldásakor. Út- illetve hálózattervezési, és egyéb tervezési problémák megoldása.

**KÖVETELMÉNYEK**

Definíciók, tételek pontos megfogalmazása.  
 Egyszerű sorba rendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatok megoldása.  
 A logika alapvető műveleteinek alkalmazása mindennapi problémák megoldásában.  
 Egyszerű feladatok szemléltetése gráfokkal, és azok megoldása.

## 10. ÉVFOLYAM – II. TÉMAKÖR

## ALGEBRA

32 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a valós számok „megszámlálhatatlansága”, a valós szám fogalmának elmélyítése a négyzetgyökvonás bevezetésével. A racionális és az irracionális számokkal végzett műveletekkel a számolási készség továbbfejlesztése. A valós számok és a számegyenes pontjai közötti kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, a folytonosság fogalmának előkészítése.
Mennyiségi következtetés	Különböző mennyiségekkel megfogalmazott szöveges feladatokban az összefüggések algebrai jelekkel történő felírása, a következtetés képességének fejlesztése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Az irracionális számok racionális számokkal való közelítése, az irracionális számok értékének becslése. A becült eredmények valószínű vagy valószínűtlen voltának eldöntése, a valóságos folyamatok megismerési képességének fejlesztése. A szélsőérték fogalmának kialakítása a számtani és a mértani közép közötti összefüggés segítségével, az alulról, illetve a fölülről történő becslés képességének fejlesztése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, a hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóságbeli problémák matematikai értelmezése. A kapott megoldások ellenőrzése és adaptációja az eredeti szövegkörnyezetbe, amely a magabiztosságot, az önértékelést fejleszti.
Rendszerezés, kombinativitás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. Szöveges, másodfokú egyenletek megoldásakor a felvetett problémának nem megfelelő hamis gyök kiszűrése, a diszkusszió igényének fejlesztése. A lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe, a rendszerező szemlélet alakítása.



Deduktív következtetés, induktív következtetés	Azonosságok kimondása, konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig (induktív gondolkodásmód fejlesztése). Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése). Konkrét másodfokú egyenletek megoldása után a megoldóképlet levezetése, és alkalmazása.
--	--

#### AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel.  
Szöveges feladatok értelmezését szolgáló nyelvi játékok.  
Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények becslése, a megoldott egyenletek eredményének értelmezése, ellenőrzése. Szöveges válasz megfogalmazása a felvetett szöveges problémára.  
Egyéni, csoportos munkában azonosságok felfedezése, azok alkalmazása.  
Kutatási projektek (előadás, vagy írásbeli feldolgozás):

- matematikatörténeti témában, (az irracionális számok kialakulása, egyenlet-megoldási módszerek),
- az arányosságok vizsgálata más tudományokban,
- az „isteni arány”, az aranymetszési arány a művészetekben,
- Internet használat.

#### ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK

Műveleti azonosságok a valós számok halmazában, a négyzetgyökvonás azonosságai.  
*A nevező gyöktelenítése.*  
Nevezetes azonosságok:  $(a + b)^2$ ,  $(a - b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ ,  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$ ,  $a^3 - b^3$ .  
Másodfokú egyenletek, megoldó képlet.  
Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek.  
Négyzetgyökös egyenletek.  
Számítási és mértani közép összefüggésének ismerete.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Hatványozás kiterjesztése. Terület-, térfogatszámítás. Pitagorasz-tétel. Gráfelmélet. Függvények: másodfokú, négyzetgyök, logaritmus, exponenciális, logaritmus. Statisztika: szórás	Fizika, csillagászat. Arányosságok a valóságban, a természetben, a művészetekben.

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>A négyzetgyök azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.</p> <p>A valós számok tizedes tört alakja, az irracionális szám fogalmának és közelítő értékének ismerete.</p> <p>A valós számok és a számegyenes pontjai közötti kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés.</p> <p>Azonosságok alkalmazása.</p> <p>Szövegértés, szövegelemzés.</p> <p>Másodfokú egyenletek megoldása.</p> <p>Egyszerű négyzetgyökös egyenletek megoldása és ellenőrzése.</p> <p>Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása.</p> <p>Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma.</p>

## 10. ÉVFOLYAM – III. TÉMAKÖR

## GEOMETRIA

30 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	A kör és részei közötti összefüggésekkel a hiányzó adatok kiszámolása, az irracionális számokkal való számolás a valós szám fogalom elmélyítését segíti. Zsebszámológép biztos használatának elsajátítása.
Mennyiségi következtetés	Hasonló alakzatok adatai közötti összefüggések (lineáris, másodfokú és harmadfokú arányok) alkalmazása valóság-közeli feladatok megoldásánál az arányérzékletet fejleszti. A valós mérőszámmal megadott mennyiségek, a folytonosság fogalmának továbbfejlesztése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Irracionális mértékű szakaszok és görbe vonalak hosszának közelítése racionális számokkal. A valóságos tárgyak méretei, és azok geometriai modellje közötti arány becslése. Síkidomok kerületének, területének, térbeli alakzatok felszínének becslése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztásának képessége.
Rendszerezés, kombinativitás	A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldási képességének fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben, más tantárgyakban. Geometriai tételek bizonyítása során használt logikai műveletekkel, az induktív illetve a deduktív következtetés képességének fejlesztése.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Körívvel készíthető motívumok tervezése.

Makettek, modellek készítése a hasonlóság felhasználásával.

Csoportmunka:

- hasonló háromszögek megfelelő szögeinek összehasonlítása.
- parkettázás hasonló síkidomokkal.
- hasonló testek hálójának elkészítése

Kutatómunka:

- matematikatörténeti érdekességek.(kör, hasonlóság)
- előadás, vetítés számítógéppel, aktív táblán, interaktív programok az Internetről.
- geometriai motívumok a képzőművészetben.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Tételek és viszonyaik.

A kör és részeinek kerülete, területe (ívhossz, körcikk, körszelet).

Kerületi és középponti szögek, húrnégyszög fogalma.

A kör érintője, érintőnégyyszög fogalma.

Középpontos hasonlóság, hasonlósági transzformáció.

Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya.

Háromszögek hasonlósága.

Háromszög súlyvonalai, súlypontja.

Arányossági tételek a derékszögű háromszögben.

A hegyesszög szögfüggvényei, alkalmazásuk derékszögű háromszögben. Nevezetes szögek szögfüggvényei.

A háromszög területe két oldalával és azok közbezárt szögével.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Korábbi tanulmányok a síkidomokról és testekről.  Egyenes arányosság.  Statisztika.  Háromszögek egybevágóságának alapesetei.  Egybevágósági transzformációk.  Nevezetes ponthalmazok, szögfelező, szakaszfelező merőleges, magasságvonal.  Él- és lapszögek meghatározása ismert testeken.  Forgásszög szögfüggvényei, trigonometrikus függvények.</p>	<p>Képzőművészet, építészet, modellezés.  Természeti környezet, modellezés, kertépítés.  Fizika, csillagászat.</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Kör részeinek ismerete.  Kör érintője (adott körbeli pontban és külső pontból).  Háromszögek hasonlóságának alapesetei.  Háromszögek nevezetes vonalainak ismerete.  Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya.  Hegyesszögek szögfüggvényei.  Egyszerű feladatok derékszögű háromszögekben.</p>

## 10. ÉVFOLYAM – IV. TÉMAKÖR

## FÜGGVÉNYEK

19 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámításával. A függvények tulajdonságainak meghatározásával, a függvényértékek közötti relációban kijelölt műveletek elvégzésével a nagysági viszonyok megértésének elmélyítése.
Mennyiségi következtetés	Mozgás-grafikonok, illetve az egyéb mennyiségi összefüggéseket ábrázoló grafikonok segítségével a mennyiségi következtetés képességének fejlesztése. A szélsőértékek meghatározásával a kisebb, nagyobb reláció fogalmának elmélyítése. A folytonos, a szakaszos és a diszkrét változások elemzésével a valóság mennyiségi viszonyainak jobb megértése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A grafikus ábrázolás közelítő képi megjelenítést biztosít. A mindennapi élet folyamatait leíró grafikonok, és a matematikai függvények grafikonjainak különbözősége, hasonlósága fejleszti a valóság-szemléletet.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta- rendszerben. Az ezekhez szükséges többsíkú gondolkodás képességek fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Kombinatív gondolkodást és az összefüggések felismerésének képességét feltételezik az alábbi műveletek: – többféle grafikon együttes megfigyelése, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata – geometriai transzformációk alkalmazása a függvény-transzformációk végrehajtásánál – periodicitás a mindennapi életben és a függvényeknél
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Konkrét számokkal megadott transzformációs lépések után, áttérés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Grafikonok készítése:

- milliméterpapírra (egyéni)
- mágnes táblán, csomagolópapíron (csoportokban)
- írásvetítőn, egymáson elmozgatható fóliákkal (tanári irányítással)
- grafikus kalkulátor használata
- függvényábrázoló programokkal pendrive-ra, aktív táblára (tanári irányítással).

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Tájékozódás a koordináta rendszerben, pontok, tartományok keresése.

Intervallum fogalma, alkalmazása.

A valóság változó jelenségeinek megfigyelése, az adatok lejegyzése, azok közötti kapcsolatok ábrázolása. Arányosságok megállapítása.

A lineáris függvény jellemzése: meredekség, tengelymetszet, zérushely, monotonitás.

A lineáris törtfüggvény (aszimptota).

A másodfokú függvény és transzformációi (paritás, szélsőérték).

*Másodfokú egyenlőtlenségek grafikus megoldása.*

Inverz függvény fogalma.

Négyzetgyökfüggvény és egyszerű transzformációi.

Trigonometrikus függvények:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$  (periodicitás).

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Halmazok, ponthalmazok, algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben, arányosságok.            Geometriai transzformációk.            Másodfokú egyenletek megoldása.            Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása.            Számítási és mértani közép közötti összefüggés.            Ponthalmazok uniója, közös része: halmazok, logika.            Táblázatok, grafikonok olvasása (statisztika)            Hegyesszögek szögfüggvényei.            Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.</p>	<p>Alkalmazás fizikai, biológiai, kémiai törvényszerűségek leírására.            A valóság folytonos, illetve diszkrét folyamatai.            Grafikonok alkalmazása a képzőművészetben.</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Szövegesen megfogalmazott függvény megadása képlettel.            A valóság folyamatainak grafikus megjelenítése.            A tananyagban felsorolt függvények jellemzése adott intervallum fölött.            A tananyagban felsorolt függvények grafikonjainak és egyszerű transzformációinak ismerete.            Függvénytulajdonságok ismerete: értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, periodicitás, paritás, aszimptota.</p>



## 10. ÉVFOLYAM – V. TÉMAKÖR

### VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA

11 óra

<b>KÉPESSÉGFEJLESZTÉS</b>	
<b>Képességfejlesztési fókuszok</b>	<b>A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben</b>
Számlálás, számolás	Statisztikai adatoknál számlálás, gyakoriság, relatív gyakoriság kiszámolása, az adatsokaság elemeinek megszámlálása a számfogalom továbbfejlesztését segíti.
Mennyiségi következtetés	A relatív gyakoriságok meghatározásával, a valószínűségszámítási feladatok megoldásával, az alkalmazott arányossági összefüggésekkel a következtetési képességet fejlesztjük (additivitás, szorzási szabály, komplementer esemény esélye).
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A mindennapi életben lejátszódó folyamatok valószínűségének becslése. Statisztikai valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolatának elemzése. Az események valószínűségének becslése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Tömegjelenségek vizsgálata. Újságcikkek olvasása és elemzése. Olyan mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak fontos szerepe van. A mindennapi életben megfogalmazott valószínűségi állítások vizsgálata.
Rendszerezés, kombinativitás	Az összes eset és a kedvező esetek felsorolásával, kombinatorikai módszerrel megoldható valószínűségek kiszámításával fejlesztjük a kombinatív gondolkodást.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	A valószínűségi és statisztikai kijelentések és következtetések a klasszikus logikától eltérő tulajdonságainak ismerete. Nagy elemszámú eseteket tartalmazó valószínűségek megadása induktív módszerrel.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Adatgyűjtés tényleges tevékenységgel: Internetről, újságokból, egyéb módon, pl. felmérések készítése.  
 Adatok feldolgozása zsebszámológéppel, grafikus kalkulátorral és számítógéppel.  
 Csoport munka: a gyűjtött adatok elemzése

- adatok táblázatba rendezése, osztályba sorolása
- statisztikai mutatók meghatározása
- grafikonok készítése
- (statisztikai mutatók, grafikonok, táblázatok)

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Statisztikai adatok jellemzése:

- átlag, medián, módusz,
- terjedelem, szórás, átlagos abszolút eltérés,
- grafikonok, diagramok.

Valószínűségszámítás:

- gyakoriság, relatív gyakoriság,
- kombinatorikus valószínűségszámítás,
- *szerecssejátékok elemzése.*

**KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK**

<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Műveletek racionális számokkal Függvények és grafikonok Kombinatorika	Statisztika alkalmazása a tudományokban és az élet minden területén

**KÖVETELMÉNYEK**

Adatok szemléltetése, táblázatba rendezése,

Gyakorisági diagram, grafikonok készítése.

Adatok osztályba sorolása.

Adatsokaság átlagának, móduszának, mediánjának, terjedelmének, szórásának meghatározása.

Gyakoriság, relatív gyakoriság ismerete.

Kombinatorikus valószínűség számítás

**10. melléklet a 10. évfolyam kerettantervéhez**

A típusú (tanórai) és C típusú (tanórán kívüli) modulok listája:

I. TÉMAKÖR	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			8 óra
A modul sorszáma és címe	1001	Logika	4 óra
	1010	Gráfelméleti alapfogalmak	4 óra
Kapcsolódó C modulok	10C01	Definiáljunk!	
	10C05	Kis karácsony...	

II. TÉMAKÖR	ALGEBRA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			32 óra
A modul sorszáma és címe	1002	Négyzetgyök fogalma	4 óra
	1003	Algebrai azonosságok, másodfokú egyenletek	10 óra
	1006	Másodfokú egyenletre vezető problémák	8 óra
	1007	Négyzetgyökös egyenletek	6 óra
	1014	Számtani és mértani közép, nevezetes egyenletek	4 óra
Kapcsolódó C modulok	10C02	Hol a hiba?	
	10C04	A lehető legjobbat kérem!	

III. TÉMAKÖR	GEOMETRIA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			30 óra
A modul sorszáma és címe	1004	Körrel kapcsolatos fogalmak	10 óra
	1008	Hasonlóság és alkalmazásai	10 óra
	1009	Hegyesszögek szögfüggvényei	10 óra
Kapcsolódó C modulok	10C07	<i>Utazás a Föld körül</i>	
	10C08	<i>Terv és valóság</i>	
	10C09	<i>Bolyai-geometria</i>	

IV. TÉMAKÖR	FÜGGVÉNYEK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			19 óra
A modul sorszáma és címe	1005	Függvények, ismétlés	10 óra
	1012	Forgásszögek szögfüggvényei	9 óra

V. TÉMAKÖR	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			11 óra
A modul sorszáma és címe	1011	Valószínűségszámítás	7 óra
	1013	Statisztika	4 óra
Kapcsolódó C modulok	10C03	<i>Kinek higgyek?</i>	
	10C06	<i>Kódoltam</i>	
	10C10	<i>Sorbanállás</i>	

A C típusú (tanórán kívüli) modulok kapcsolódási tartalma:

10C01 Definiáljunk!	
<b>A modul célja</b>	A tanulók fogalomalkotó képességének fejlesztése: Különféle játékokon keresztül (hárombetűs, asszociációs játék, fele sem igaz, barkochba) csiszolhatják kifejezőkészségüket, és válhatnak igényessé tárgyak, fogalmak körülírásában. Lehetősége nyílik a tanulóknak különbözőképpen megfogalmazott definíciók ekvivalenciájának vizsgálatára, számukra ismeretlen matematikai fogalmak értelmezésére pusztán a fogalmak megnevezése alapján.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: irodalom. Szűkebb környezetben: bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók önálló fogalomalkotó képességét. Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a fogalomalkotást megelőzően a fogalommal kapcsolatos tapasztalatok gyűjtése.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Szövegértés, szövegértelmezés, nyelvi fejlettség, problémamegoldás, metakogníció, rendszerezés, kombinativitás, érvelés

10C02 Hol a hiba?	
<b>A modul célja</b>	Szövegben rejlő összefüggések felismertetése, a hibakeresés néhány módjának megismerése, bizonyítási igény felkeltése, paradoxonok felismerése.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: képzőművészet. Szűkebb környezetben: rajz, kémia, fizika. Ajánlott megelőző tevékenységek: elsőfokú egyenletek megoldása.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés, szöveges feladat megoldása, probléma megoldás, metakogníció, rendszerezés, kombinativitás.

10C03 Kinek higgyek?	
<b>A modul célja</b>	A matematikai ismeretek alkalmazása három területen: pénz lekötése bankban, fogyasztási áruhitel (vagy személyi kölcsön) felvétele személyi jövedelemadó bevallása
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Mindennapi élet Szűkebb környezetben: Matematika (mértani sorozatok) Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a százalékszámítási alapismeretek elsajátítása
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, becslés, mérés, szövegértés, szövegértelmezés, probléma megoldás, metakogníció, rendszerezés

10C04 A lehető legjobbat kérem!	
<b>A modul célja</b>	Matematikai alapismeretek alkalmazása gyakorlati életben (egy négytagú család lakásának megtervezése, a kivitelezés tervének elkészítése valódi adatok felhasználásával).
<b>Időkeret</b>	5 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Mindennapi élet Szűkebb környezetben: Térgeometria (Testek különböző nézete, térfogata, felszíne, élváza. Szélsőérték-problémák) Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a másodfokú függvények ábrázolása, számtani és mértani közép, és a köztük fennálló reláció ismerete
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, becslés, mérés, szövegértés, szövegértelmezés, probléma megoldás, metakogníció, rendszerezés, elemzőképesség



10C05 Kis karácsony...	
<b>A modul célja</b>	A matematikában használatos szellemi tevékenységek, illetve fogalmak felismerése szépirodalmi alkotásokban.
<b>Időkeret</b>	1 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Irodalom, népköltészet Ajánlott megelőző tevékenységek: Tranzitív tulajdonság ismerete
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Szövegértés, nyelvi fejlettség, probléma megoldás, kreativitás, probléma-érzékenység

10C06 Kódoltam	
<b>A modul célja</b>	Ismerkedés a kódolás alapismereteivel (kódelmélet, kriptográfia). A mindennapi életben gyakran látott kódok megismerése (árak vonalkódja, könyvek ISBN száma).
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Irodalom Szűkebb környezetben: Bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók elemző képességét. Ajánlott megelőző tevékenységek: A százalékszámítás és a kettes számrendszer, a valószínűség és relatív gyakoriság fogalmának ismerete.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, kombinativitás, valószínűségi következtetés, becslés, mérés, mennyiségi következtetés, szövegértés, szövegértelmezés, probléma megoldás, metakogníció, rendszerezés, elemző képesség

10C07 Utazás a Föld körül	
<b>A modul célja</b>	A matematika órán tanult ismeretek alkalmazása. Matematika történeti ismeretek további bővítése körutazás során (Parlament, a székesfehérvári Szent Anna templom rózsablaka, Görögország, Königsberg-Kalinyingrad, a tanulók saját városa). A tanulók városához kötődő feladatok készítése (projekt munka).
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Történelem, építészet Szűkebb környezetben: Bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók önálló kutató munkáját. Ajánlott megelőző tevékenységek: Pitagorasz-tételének, továbbá a háromszögek hasonlóságának ismerete.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, becslés, mérés, szövegértés, szövegértelmezés, kreativitás, eredetiség, relációszókincs, probléma megoldás, metakogníció, rendszerezés, kombinativitás, együttműködési készség

10C08 Terv és valóság	
<b>A modul célja</b>	A tanuló környezetében lévő tárgyak, épületek hosszúságadatainak mérése, a már tanult trigonometriai ismeretek alkalmazása, a matematika órán hallott geometriai feladatok adatainak „szembesítése” a mért adatokkal. Közelítő számítási alapismeretek elsajátítása.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Földmérők munkája, eszközei Szűkebb környezetben: Matematika órán: a „köznapi életből vett” geometriai feladatok megoldása. Fizika órán: hibakorlátok megállapítása. Ajánlott megelőző tevékenységek: Szögfüggvények ismerete derékszögű háromszögben
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, deduktív következtetés, becslés, mérés, szöveges feladatmegoldása, szövegértés, szövegértelmezés, probléma megoldás, metakogníció

10C09 Bolyai-geometria (Hiperbolikus geometria)	
<b>A modul célja</b>	A Bolyai-geometria legegyszerűbb fogalmainak ismertetése összehasonlítva a síkgeometria és a gömbi geometria megfelelő fogalmaival
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Egyetemes és magyar tudománytörténet, a modern természet- és társadalomtudományok szemléletmódja Szűkebb környezetben: Síkgeometria, gömbi geometria, földrajz, fizika Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a síkgeometria és a gömbi geometria alapfogalmainak elsajátítása (a modul nagyon röviden összefoglalja ezekről a területekről is a szükséges tudnivalókat)
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, becslés, mérés, rendszerezés, kombinativitás

10C10 Sorbanállás	
<b>A modul célja</b>	A tanulók kombinatorikai ismereteinek kreatív alkalmazása, a kombinatorikus gondolkodási mód fejlesztése.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Szűkebb környezetben: Bármelyik tantárgy, amelyik igényli a tanulók önálló problémafelvető képességét Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanórán a kombinatorikai alapismeretek megismerése tapasztalatgyűjtéssel
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés, szövegértés, szövegértelmezés, érvelés, bizonyítás, probléma megoldás, rendszerezés, metakogníció

## 11. ÉVFOLYAM

37 tanítási hét, heti 3 óra, összesen 111 óra

	Témakörök	Javasolt óraszám
I.	Gondolkodási módszerek	2
II.	Algebra	20
III.	Geometria	32
IV.	Függvények	13
V.	Valószínűség, statisztika	6

A tananyag feldolgozására 73 órát osztottunk ki, ezeken kívül 8 órát szántunk a témazáró dolgozatokra.

Az éves óraszámából fennmaradó további órák ismétlésre, a nehezebben elsajátítható témák elmélyítésére szolgálnak.

Ez a tanterv a **középszintű érettség**hez szükséges tananyagtartalmakat foglalja magába.

## 11. ÉVFOLYAM – I. TÉMAKÖR GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

2 óra

<b>KÉPESSÉGFEJLESZTÉS</b>	
<b>Képességfejlesztési fókuszok</b>	<b>A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben</b>
Számlálás, számolás	A klasszikus valószínűségszámítás kapcsán a lehetséges esetek összeszámlálásának céltudatos módszerének kialakítása, a logikai szita alkalmazása.
Mennyiségi következtetés	Az elemek számának változása és a lehetséges esetek számának kapcsolata. A deduktív gondolkodási mód továbbfejlesztése, és a levont sejtés közötti kapcsolat megfogalmazásának és indoklásának kialakítása.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	Kombinatorikus gondolkodás segítségével fejlesztjük a valószínűségi szemléletet. A statisztikai adatsokaság értelmezésével, és annak jellemzőinek megkeresésével fejlesztjük az összekapcsolódó fogalmak közötti kapcsolatok értelmezését. A valószínűségi szemlélet továbbfejlesztése, a szerencsejátékok működési elvének megismerésével közelíthetjük a matematikát és a valós életet egymáshoz. Ezzel fejlesztjük a tanulók döntési, és becslési képességét is.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák átemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció továbbfejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Különböző dolgok, tárgyak, elemek, fogalmak adott szempont szerinti csoportosítása, rendezése, összefüggések keresése. A kombinatív gondolkodás fejlesztése összetett, több irányba is nyitott végű probléma megoldása során.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Következtetés a speciális, konkrét megfigyelésektől az általános esetre, a szemléltetés fontossága az induktív gondolkodás fejlesztése. Egyre nagyobb hangsúlyt kap ennél a korosztálynál a deduktív gondolkodásra való képesség fejlesztése is.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

A kombinatorika ismétlésekor kevés számú elem esetén az összes sorrend megszámlálása, egyéni illetve csoportos kísérletek elvégzése során, ismétlődő elemek esetén is.

Kiválasztási problémák konkrét bemutatása, megfigyelése.

Játék számkártyákkal, dobókockával, urnából kihúzott kísérletek elvégzése.

A valószínűség értékének becslése, majd a kapott eredmény értelmezése.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Kombinatorikai feladatok megoldása, sorba rendezés, kiválasztás, ismétlődő elemek esetén is, és ezek felhasználása a klasszikus valószínűség-számításban.

Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása.

A definíció és a tétel különbözősége.

Szükséges és elégséges feltétel biztos alkalmazása.

Skatulyaelv alkalmazása konkrét feladatokban.

Ezen az évfolyamon is alapvető feladat a logikus gondolkodás fejlesztése, ezért a logikai műveletek egyéb alkalmazásai a többi témakör moduljaiba beépítve jelennek meg.

## 11. ÉVFOLYAM – II. TÉMAKÖR

## FÜGGVÉNYEK

20 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a matematika legkülönbözőbb területein. Ezzel is mélyítjük a valós számok fogalmát Műveletek racionális és irracionális számokkal. A valós számok és a számegyenes pontjai közötti kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, a folytonosság érzékeltetése.
Mennyiségi következtetés	Szögmérés különféle egységei közötti átváltás, ívmérték, fok.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A közelítő értékekkel való számolás valamint a zsebszámológép használata (hatványértékek, logaritmus, trigonometria) miatt kiemelten elengedhetetlen a becslés szerepe. A kapott eredmények realitásának eldöntésére szoktassuk a tanulókat.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóság problémáinak matematikai értelmezése (a metakogníció továbbfejlesztése). A természet jelenségeinek értelmezése, azok matematikai modellezése, az exponenciális és logaritmikus folyamatok szövegben való alkalmazása.
Rendszerezés, kombinativitás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése folyamatos a középiskolai évek alatt is. A hatványértékek nagyságrendjének rendszerezése az alapok változása szerint, ez a különböző alapú hatványfüggvények megértését készíti elő. Az inverz függvény fogalmának további elmélyítése az exponenciális és logaritmus függvények kapcsán. A lehetséges alkalmazások megkeresése, a tanult új ismeret beillesztése, a rendszerező szemlélet alakítása.

Deduktív következtetés, induktív következtetés	Azonosságok, konkrét számoktól az általános eset megfogalmazásáig (induktív gondolkodásmód fejlesztése). Azonosságok alkalmazása konkrét esetekben (deduktív gondolkodás fejlesztése). <i>A permanencia elvének felfedezése, annak megértése a hatványozás kiterjesztésekor.</i>
--	--

#### AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel.  
Szöveges feladatok értelmezését szolgáló nyelvi játékok.  
Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények közös becslése, a megoldott egyenletek eredményének ellenőrzése, értelmezése, szöveges válasz a felvetett szöveges problémára.  
Egyéni, csoportos munkában azonosságok felfedezése, azok alkalmazása.  
Kutatási projektek (előadás, vagy írásbeli feldolgozás)  
matematikatörténeti témában (logaritmus kialakulása, az első logaritmus táblázatok, logarléc)  
Internet használata: exponenciális és logaritmikus jelenségek a természetben

#### ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK

Hatványozás kiterjesztése racionális kitevőre.  
A hatványozás azonosságai.  
A logaritmus értelmezése.  
A logaritmus azonosságai.  
Egyszerű exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása.  
Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.



<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Matematikai azonosságok. Irracionális számok definíciója, helyük a számegyenesen. Terület-, térfogatszámítás. Függvények. Statisztika: szórás.	Fizika, csillagászat. Kamatos kamat számítása. Exponenciális és logaritmikus folyamatok a valóságban, a természetben, a művészetekben.

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
A hatványozás definíciója racionális kitevőre. <i>Irracionális kitevőjű hatvány:</i> A hatványozás azonosságainak használata. Az $\sqrt[n]{a}$ fogalma. A gyökvonás azonosságainak alkalmazása. A logaritmus fogalma, azonosságainak alkalmazása egyszerűbb esetekben. Exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása a definíciók és az azonosságok közvetlen alkalmazásával. <i>Logaritmikus egyenlőtlenségek megoldása.</i> Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása. <i>Trigonometrikus egyenlőtlenségek megoldása.</i>

## 11. ÉVFOLYAM – III. TÉMAKÖR

## GEOMETRIA

32 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	A vektorokkal végzett műveletek helyes végrehajtása (rendezett számpár szerepének tudatos alkalmazása). Alakzat pontjainak koordinátái közötti kapcsolatok kiszámolása. Háromszögek hiányzó adatainak kiszámolása (előzmény: derékszögű háromszögben való eligazodás). Zsebszámológép biztos használata.
Mennyiségi következtetés	A tanulók biztos eligazodása a koordinátásíkon. Ismert adatokból logikus rend szerint ismeretlen adatok meghatározása. Vázlat elkészítése, az ismert adatok célszerű színezésével. A mennyiségek folytonossága fogalmának továbbfejlesztése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A feladatok várható eredményének becslése, különösen a szöveges feladatok esetén. Valóságból vett mért értékű feladatok matematikai átfogalmazása, azok megoldása, és az eredmények visszakonvertálása a valós problémába. Koordinátákkal adott feladatok esetén az eredmények ellenőrzése a koordináta-rendszerben.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztásának képessége.
Rendszerezés, kombinativitás	A geometriai feladatok megoldási tervének elkészítési képessége. A geometriai feladatok algebrai eszközökkel történő megoldásának képessége. A megoldások helyességének és számának vizsgálata, a diszkussziós képesség fejlesztése. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Csoportmunkában egy-egy feladat többféle megközelítése, megoldása.

Kutatómunka:

Matematikatörténeti érdekességek az analitikus geometria kialakulásáról.

Előadás, vetítés számítógéppel, aktív táblán, interaktív programok az Internetről.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

A vektorokról tanultak áttekintése (vektorműveletek és tulajdonságaik).

Szakasz osztópontjának meghatározása helyvektor segítségével.

Két vektorok skaláris szorzata, a skaláris szorzás tulajdonságai és alkalmazási területeinek ismerete.

Az alakzat egyenletének fogalma.

Az egyenest jellemző matematikai mennyiségek (normál- és irányvektor, iránytangens) és a közöttük levő kapcsolatok ismerete.

Az egyenes egyenlete.

Két egyenes kölcsönös helyzete (metszéspont, párhuzamosság, merőlegesség).

Két pont távolságának koordinátákkal történő meghatározása.

A kör egyenlete és a kör érintőjének egyenlete.

Trigonometriai alapismeretek ismétlése (szögfüggvények és a közöttük levő kapcsolatok).

Koszinus- és szinusztétel.

**KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK**

<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Korábbi tanulmányok a vektorokról.  Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete.  A háromszögek nevezetes vonalai: szögfelező, szakaszfelező merőleges, magasságvonal.  A kör érintőjének elemi geometriai tulajdonságai.  Hegyszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények kiterjesztése.</p>	<p>Képzőművészet, építészet, modellezés.  Természeti környezet.  Fizika, csillagászat</p>

**KÖVETELMÉNYEK**

Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás, skaláris szorzás).  
Műveletek koordinátákkal megadott vektorokkal.  
Szakasz felezőpontjának meghatározása.  
Szakasz osztópontjának koordinátái.  
Háromszög súlypontja.  
Az egyenes egyik egyenletének biztos ismerete.  
Két egyenes metszéspontjának meghatározása.  
A kör egyenlete, a kör és az egyenes kölcsönös helyzete.  
A szinusz- és a koszinusztétel ismerete és alkalmazása egyszerű esetekben.

## 11. ÉVFOLYAM – IV. TÉMAKÖR

## FÜGGVÉNYEK

13 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Az adott helyhez tartozó függvényértékek kiszámítása, a függvények tulajdonságainak meghatározása. A függvényértékek közötti relációban kijelölt műveletek elvégzése.
Mennyiségi következtetés	A szélsőértékek meghatározásával a kisebb, nagyobb reláció fogalmának elmélyítése. A folytonos, a szakaszos és a diszkrét változások elemzése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A grafikus ábrázolás közelítő képi megjelenítést biztosít. A valóság folyamatait leíró grafikonok, és a matematikai függvények grafikonjainak különbözősége, hasonlósága, különös tekintettel a természetben exponenciális illetve logaritmikus tulajdonságú jelenségekre.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, az így leírt kétváltozós összefüggések ábrázolása a koordináta-rendszerben, ami többsikű gondolkodást igényel, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Kombinatív gondolkodást és az összefüggések felismerésének képességét feltételezik az alábbi műveletek: többféle grafikon együttes megfigyelése, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata. a geometriai transzformációk alkalmazása a függvény-transzformációk végrehajtásánál. konkrét függvények tulajdonságaiból következtetések levonása.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott függvényekről, átlépés az általános képletekkel megadottakra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Grafikonok készítése  
milliméterpapírra (egyéni)  
mágnestáblán, csomagolópapíron (csoportokban)  
írásvetítőn, egymáson elmozgatható fóliákkal (tanári irányítással)  
grafikus kalkulátor használata  
- függvényábrázoló programokkal pen-drive-ra, aktív táblára (tanári irányítással).

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Tájékozódás a koordináta-rendszerben, pontok, tartományok keresése.  
A valóság változó jelenségeinek megfigyelése, az adatok lejegyzése, azok ábrázolása.  
Hatványfüggvények egyszerűbb kitevőkre, és *egymáshoz való viszonyuk*  
Inverz függvény fogalma.  
*n*-edik gyökfüggvény egyszerűbb kitevőkre, és *egymáshoz való viszonyuk*.  
*A hatvány- és gyökfüggvények kapcsolata.*  
Hatványozás kiterjesztése, és egyszerűbb kitevőjű hatványfüggvények ismerete.  
Exponenciális és logaritmikus függvények ismerete egyszerűbb alapok esetén.  
Forgásszög szögfüggvényei, trigonometrikus függvények ( $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ).  
A függvények alapvető tulajdonságainak ismeret (zérushely, monotonitás, periodicitás, szélsőérték hely, korlátosság és a paritás)

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Halmazok, ponthalmazok, algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben.</p> <p>Geometriai transzformációk.</p> <p>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek grafikus megoldása.</p> <p>Táblázatok, grafikonok olvasása (statisztika).</p> <p>Hegyesszögek szögfüggvényei.</p> <p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.</p>	<p>Alkalmazás fizikai, biológiai, kémiai törvényszerűségek leírására.</p> <p>A valóság folytonos, illetve diszkrét folyamatai.</p> <p>Grafikonok alkalmazása a képzőművészetben.</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Egyszerűbb hatvány, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus függvények grafikonjának ismerete, a függvények tulajdonságainak alkalmazása feladatok megoldásakor. A függvények grafikonjának ábrázolása adott intervallum felett.</p> <p>Szövegesen megfogalmazott függvény megadása képlettel.</p> <p>A valóság folyamatainak grafikus megjelenítése.</p> <p>A tananyagban felsorolt függvények grafikonjainak és egyszerű transzformációinak ismerete.</p> <p>Függvénytulajdonságok ismerete: értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, periodicitás, paritás.</p>

## 11. ÉVFOLYAM – V. TÉMAKÖR

### VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA

6 óra

<b>KÉPESSÉGFEJLESZTÉS</b>	
<b>Képességfejlesztési fókuszok</b>	<b>A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben</b>
Számlálás, számolás	Halmazok elemeinek különböző tulajdonságok alapján való tudatos, tervszerű összeszámlálása. Az eseménytér együttesen bekövetkező eseményeinek felfedezése, a valószínűség kiszámításánál ennek figyelembe vétele. Az adatsokaság elemeinek megszámlálása.
Mennyiségi következtetés	Egyszerű számítások relatív gyakoriságokkal, kombinatorikus módszerekkel megoldható valószínűség-számítási feladatok. (additivitás, szorzási szabály, komplementer esemény valószínűségének meghatározása után következtetés levonása a keresett esemény valószínűségére).
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A mindennapi életben lejátszódó folyamatok valószínűsége. Statisztikai valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolata, Az események valószínűségének becslése. Véges sok kimenetel esetén szimmetria megfontolások alkalmazása a valószínűség meghatározásánál egyszerűbb feladatokban. Geometriai valószínűség-számítási problémák reális eredményének becslése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Azon mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak szerepe van. Egyszerű valószínűségi állítások jelentése a mindennapi életben.
Rendszerezés, kombinativitás	Az összes eset és a kedvező esetek felsorolása. Kombinatorikai típusú valószínűségek számítása. A geometria metrikus adatai és a valószínűség összekapcsolása.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	A valószínűségi és statisztikai kijelentések és következtetések a klasszikus logikától eltérő tulajdonságai.



**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

A kombinatorika ismétlésekor a rendszerezés különböző módjainak végrehajtása (esetek összeszámlálása, fadiagram...) csoportmunkában. Adatgyűjtés tényleges tevékenységgel, Internetről, újságokból, statisztikai zsebkönyvből. Adatok feldolgozása zsebszámológéppel, grafikus kalkulátorral és számítógéppel. Csoportmunka: a gyűjtött adatok elemzése. (statisztikai mutatók, grafikonok, táblázatok) Szerencsejátékok szabályrendszerének megértéséhez a megfelelő játékok bemutatása, esetleg kipróbálása (különböző típusú lottószelvények kitöltése, totó, rulett, kaparós sorsjegyek...).

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Statisztikai adatok jellemzése:

átlag, medián, módusz,  
terjedelem, szórás, átlagos és abszolút eltérés,  
grafikonok, diagramok.

Valószínűségszámítás:

gyakoriság, relatív gyakoriság és a valószínűség fogalma,  
kombinatorikus valószínűségszámítás,  
geometriai valószínűségszámítás,  
szerencsejátékok elemzése.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Műveletek racionális számokkal. Függvények és grafikonok. Kombinatorika. Statisztika. Elemi geometria terület és térfogatszámítás.	Statisztika alkalmazása a tudományokban és az élet minden területén

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Adatok szemléltetése, táblázatba rendezése, adatsokaság átlagának, móduszának, mediánjának, terjedelmének, szórásának meghatározása.</p> <p>Tudjon adatsokaságokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.</p> <p>Gyakorisági diagram, grafikonok készítése.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság ismerete.</p> <p>Kombinatorikus valószínűség-számítás.</p> <p>Az elemi és az összetett események megkülönböztetése.</p> <p>A klasszikus (Laplace-) modell ismerete.</p> <p><i>Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás ismerete.</i></p>

**11. melléklet a 11. évfolyam kerettantervéhez**

**A** típusú (tanórai) és **C** típusú (tanórán kívüli) modulok felsorolása:

Az ajánlott óraszámokon felül jelezzük a gyakorláshoz ajánlott óraszámokat is, mivel a kapcsolódó C modulok 30 gyakorló órája a tanórákon is felhasználható.

I. TÉMAKÖR	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			2 óra
A modul sorszáma és címe	1101	Kombinatorika (valószínűségszámítás)	2 óra

II. TÉMAKÖR	ALGEBRA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			20 óra+ 6 óra
A modul sorszáma és címe	1102	Hatványozás kiterjesztése	4 óra
	1103	Exponenciális egyenletek	4 óra
	1104	Logaritmikus egyenletek	7 óra
	1108	Trigonometrikus egyenletek	5 óra
Kapcsolódó C modulok	11C02	<i>Csak permanensen!</i>	2 óra
	11C04	<i>Mindig csak a kitevő?</i>	4 óra

III. TÉMAKÖR	GEOMETRIA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			32 óra+13 óra
A modul sorszáma és címe	1105	Vektorok	7 óra
	1106	Koordinátageometria <sub>1</sub> , az egyenes	8 óra
	1107	Koordinátageometria <sub>2</sub> , a kör és az egyenes	9 óra
	1109	Színusz- és koszinusztétel	8 óra
Kapcsolódó C modulok	11C05	<i>Arra, annyival!</i>	2 óra
	11C06	<i>Egyenesen előre!</i>	3 óra
	11C07	<i>Körbe, körbe, karikába</i>	4 óra
	11C09	<i>Háromszögek, sokszögek</i>	4 óra

IV. TÉMAKÖR	FÜGGVÉNYEK		AJÁNLOTTÓRASZÁM
			13 óra+ 6 óra
A modul sorszáma és címe	1102	Hatvány- és gyökfüggvények	3 óra
	1103	Exponenciális függvények	3 óra
	1104	Logaritmikus függvények	4 óra
	1108	Trigonometrikus függvények	3 óra
Kapcsolódó C modulok	11C03	<i>Exponenciálisan nő vagy csökken?</i>	3 óra
	11C08	<i>Goniometria</i>	3 óra

V. TÉMAKÖR	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			6 óra+3 óra
A modul sorszáma és címe	1101	Kombinatorika, valószínűségszámítás	6 óra
Kapcsolódó, kiegészítő modulok	11C01	<i>Mennyire lehetséges?</i>	3 óra

A C típusú (tanórán kívüli) modulok kapcsolódási tartalma:

11C01 Mennyire lehetséges?	
<b>A modul célja</b>	Az eseményalgebrai és a valószínűségszámítási ismeretek bővítése sok játékos feladattal. Mindhárom foglalkozás segít elmélyíteni a tananyagbeli fogalmakat, ismereteket, a kombinatorikus gondolkodásmód elsajátítását.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Biológia, fizika, szociológia. Szűkebb környezetben: Kombinatorika. Ajánlott megelőző tevékenységek: A valószínűségszámítás klasszikus modellje, binomiális eloszlás. Ajánlott követő tevékenységek: Hatvány fogalmának kiterjesztése.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Kombinatívitas, valószínűségi következtetés, mennyiségi következtetés, érvelés, bizonyítás.

11C02 Csak permanensen!	
<b>A modul célja</b>	A hatvány azonosságok ismeretének elmélyítése, azok alkalmazása készség szinten. A hatvány fogalmának kiterjesztése racionális kitevőre. Az adott témakörben szerzett tanórai ismeretek rendszerezése, elmélyítése.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Csillagászat és mikrofizika. Szűkebb környezetben: Algebrai kifejezések azonos átalakítása. Hatványfüggvény, gyökfüggvény fogalma, értelmezési tartománya, értékészlete. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Ajánlott megelőző tevékenységek: Hatvány azonosságai. A hatvány fogalmának kiterjesztése valós kitevőre. Számok normálalakja. Valószínűségszámítási alapismeretek. Ajánlott követő tevékenységek: Exponenciális függvények, azok tulajdonságai. Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Az exponenciális függvények alkalmazása a kutatómunkában.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Számolás, számlálás, számítás (A szám fogalmának elmélyítése. A számok különböző alakja. Műveleti tulajdonságok.) Rendszerezés, kombinatív gondolkodás (Az adott témakörben tanult ismeretek alkalmazási lehetőségének felismerése különböző szövegkörnyezetben. Igaz-hamis állítások kiválasztása. A kreatív gondolkodási mód fejlesztése.)

11C03 Exponenciálisan nő vagy csökken?	
<b>A modul célja</b>	Adott szempontok alapján exponenciális egyenlőtlenségek önálló megalkotása, azok megoldása. Ismereteik gyakorlati alkalmazása. Az adott témakörben jártasság kialakítása.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Laboratóriumi kísérletek adatainak elemzése, azok függvényekkel közelítése Szűkebb környezetben: Exponenciális függvények monotonitása. Exponenciális egyenletek és egyenlőtlenségek önálló létrehozása és megoldása. Algebrai kifejezések azonos átalakítása. Egyenletek, egyenlőtlenségek ekvivalenciája. Ajánlott megelőző tevékenységek: Exponenciális függvények ábrázolása. Valószínűségszámítási alapismeretek. Ajánlott követő tevékenységek: A logaritmus fogalma és azonosságai. A logaritmus függvények grafikonja, tulajdonságai
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	A probléma-érzékenység, eredetiség, kreativitás, metakogníció, szövegértés, szövegértelmezés, deduktív következtetés, kombinativitás, relációszókincs.

11C04 Mindig csak a kitevő?	
<b>A modul célja</b>	A logaritmus fogalmának elmélyítése, azonosságainak alkalmazásában a jártasság kialakítása. A szerzett ismeretek tudatosítása.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, kémia, biológia. Szűkebb környezetben: Egyenletek, egyenlőtlenségek ekvivalenciája, azonosságok alkalmazása. Ajánlott megelőző tevékenységek: Logaritmus fogalmának, azonosságainak ismerete. Ajánlott követő tevékenységek: Trigonometriai számítások, térfogat és felszínszámítás.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	A probléma-érzékenység, eredetiség, kreativitás, deduktív következtetés, metakogníció, szövegértés, szövegértelmezés, érvelés, bizonyítás, relációszókincs.



11C05 Arra, annyival!	
<b>A modul célja</b>	A vektor fogalmának, a vektorokkal végzett műveletek (összeadás, kivonás, skaláris szorzás) elmélyítése feladatokon keresztül.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika. Szűkebb környezetben: Eltolás, koordináta geometria. Ajánlott megelőző tevékenységek: Vektor fogalma, különböző megadási módjai. Műveletek vektorokkal. Ajánlott követő tevékenységek: Koordináta geometriai ismeretek
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Rendszerezés, érvelés, bizonyítás, probléma-érzékenység, probléma-reprezentáció, ábrázolás, térlátás, prezentáció, kombinativitás, metakogníció

11C06 Egyenesen előre!	
<b>A modul célja</b>	A koordináta geometriai fogalmak elmélyítése (ponthalmaz és egyenlet összekapcsolása), az egyenes egyenlet ismeretének alkalmazása.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika. Szűkebb környezetben: Algebra, elemi geometria. Ajánlott megelőző tevékenységek: Az egyenes különböző megadási módjai, iránytangens, normálvektor fogalma. Az egyenes normálvektoros egyenletének ismerete. Ajánlott követő tevékenységek: A kör egyenlete.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Metakogníció, ismeretek rendszerezése, elmélyítése, számolási képesség, műveletvégzési sebesség, ábrázolás, értelmes memória

11C07 Körbe, körbe, karikába	
<b>A modul célja</b>	A körrel és egyenessel kapcsolatos koordináta geometriai eljárások, módszerek elmélyítése Mértani helyek (megadott ponthalmazok) megkeresése koordináta geometriai módszerek alkalmazásával.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modul kapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika. Szűkebb környezetben: Algebra, elemi geometria, halmazok Ajánlott megelőző tevékenységek: A kör egyenletének ismerete. Ajánlott követő tevékenységek: Trigonometria.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Metakogníció, ismeretek rendszerezése, elmélyítése, elemzőképesség

11C08 Goniometria	
<b>A modul célja</b>	A szögfüggvények definíciójának elmélyítése, alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában. Trigonometrikus függvények grafikonjának értő vizsgálata.
<b>Időkeret</b>	3 foglalkozás
<b>Modul kapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, földrajz. Szűkebb környezetben: Koordináta geometria, analízis, sík- és térgeometriai feladatok megoldása. Ajánlott megelőző tevékenységek: Szögfüggvények definíciójának ismerete. Trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása. Függvény transzformációk alkalmazása trigonometrikus függvényeknél. Ajánlott követő tevékenységek: A szinusz- és koszinusztétel alkalmazása háromszögekben és sokszögekben.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Deduktív következtetés, kreativitás, eredetiség, gondolkodási sebesség, metakogníció, ismeretek rendszerezése, elmélyítése, értelmes memória, ábrázolás, reprezentáció.

11C09 Háromszögek, sokszögek	
<b>A modul célja</b>	A trigonometriában tanult ismeretek alkalmazása: derékszögű háromszögben, szinusz- és koszinusz tétel alkalmazása háromszögben, sokszögekben, gyakorlati feladatokban.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, földrajz. Szűkebb környezetben: Sík- és térgeometriai számítások. Ajánlott megelőző tevékenységek: Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése derékszögű háromszögben. Szinusz- és koszinusztétel ismerete. Ajánlott követő tevékenységek: A tanév anyagának ismételése feladatokon keresztül.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Szövegértés, szövegértelmezés, deduktív következtetés, érvelés, bizonyítás, gondolkodási sebesség, metakogníció, ismeretek rendszerezése, elmélyítése, értelmes memória, ábrázolás, reprezentáció, térlátás, térbeli viszonyok, terület becslése.

11C10 Ezt már mind tudjuk?	
<b>A modul célja</b>	Ebben a tanévben tanult új ismeretek felelevenítése, elhelyezése az eddigi ismeretek rendszerébe.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, kémia. Szűkebb környezetben: Vektorműveletek. A függvény fogalma, értelmezési tartománya, értékkészlete. Egyenletek, egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek megoldása. Síkgeometria. Ajánlott megelőző tevékenységek: Szögfüggvények fogalma, alkalmazása számolási feladatokban. Trigonometrikus függvények ábrázolása. Az egyenes és a kör egyenlete. Hatványozás értelmezése valós kitevőre, logaritmus fogalma, tulajdonságai. Valószínűségszámítás.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, metakogníció. Az adott témakörben tanult ismeretek alkalmazási lehetőségének felismerése különböző szövegek környezetben. Igaz–hamis állítások kiválasztása. Hibás gondolatmenet felismerése. A kreatív gondolkodási mód fejlesztése.

## 12. ÉVFOLYAM

32 tanítási hét, heti 3 óra, összesen 96 óra

	Témakörök	Javasolt óraszám
I.	Gondolkodási módszerek	(folyamatos, beépül a tananyagba)
II.	Algebra	(folyamatos, beépül a tananyagba)
III.	Geometria	20
IV.	Függvények, sorozatok	16
V.	Valószínűség, statisztika	4

Ez a tanterv a **középszintű érettségihez** szükséges tananyagtartalmakat foglalja magába. A feldolgozásra szánt minimális óraszám 40, az első félévben, ehhez csatlakozik még 2 témazáró dolgozat. A 12. évfolyam második félévében **rendszerező összefoglalással** készítjük fel a tanulókat a középszintű érettségre. Ezt a szaktanári gyakorlatnak megfelelően végezhetjük, erre a célra nagyon széles könyv-választék áll a kollégák rendelkezésére. A táblázatban szereplő modulok után (*dőlt betűvel*), úgynevezett C modulokat soroltunk fel, amelyek magasabb heti matematika óraszám esetén, a többlet órákon kerülhetnek feldolgozásra, vagy délutáni foglalkozás keretében javasoljuk felhasználásukat, a tanulásban lemaradt, illetve a témakör iránt érdeklődő tehetséges tanulók foglalkoztatására. Ezek a C modulok a rendszerező összefoglaláshoz is segítséget nyújtanak (lásd. 5. modul, 12C05), és alkalmasak a középszintű érettségi vizsgakövetelményeiben szereplő témakörökben az **emeltszintű érettségre** való felkészítésre is. A C modulok vázlata az évfolyam tanterve végén, a mellékletben található.

## 12. ÉVFOLYAM – I. TÉMAKÖR

### GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	A zsebszámológép biztos használata, a műveleti sorrendek tudatos alkalmazása a valós számkörben.
Mennyiségi következtetés	A deduktív gondolkodásmód továbbfejlesztése. A konkrét számpéldák, és a belőlük levont sejtés közötti kapcsolat megfogalmazásának és indoklásának kialakítása, különösen a sorozatok képzési szabályainak felismerésekor.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A téreometriai feladatoknál különösen nagy szerepe van a mérésnek és a becslésnek. A modell mért adatainak konvertálása a valóságba.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Pontos szövegértés, szövegelemzés, a szöveges feladatokban megfogalmazott hétköznapi problémák átemelése a matematika logikai rendszerébe, a metakogníció fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	A tanév végi rendszerező összefoglalásnál felfedeztetjük a matematika bizonyos területeinek szoros kapcsolatát. A térszemlélet fejlesztése, eligazodás a világban.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Következtetés a speciális, konkrét megfigyelésekből az általános esetre, a szemléltetés fontossága, az induktív gondolkodás fejlesztése. Egyre nagyobb hangsúlyt kap ennél a korosztálynál a deduktív gondolkodás képességének fejlesztése is.

**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Nyitott végű igaz–hamis állításokkal fejlesztjük a tanulók szintetizáló képességét.  
A deduktív gondolkodás tudatos fejlesztése.  
A sejtések helyes cáfolata (az ellenpélda szerepe), vagy a sejtések indoklása.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

Állítások és tagadásuk megfogalmazása, azok igaz, hamis voltának eldöntése, az „és” ill. a „vagy” műveletek alkalmazása. Egyszerű következtetések, állítások és megfordításuk megfogalmazása.  
A definíció és a tétel különbözősége.  
Szükséges és elégséges feltétel biztos alkalmazása.  
Az ekvivalencia és az implikáció tudatos alkalmazása.

## 12. ÉVFOLYAM – II. TÉMAKÖR

## ALGEBRA

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	Konkrét számolási feladatok a valós számkörben, a matematika legkülönbözőbb területein. Ezzel is valós számok fogalmát mélyítjük. Műveletek racionális és irracionális számokkal.
Mennyiségi következtetés	Az arányosság alkalmazása hasonló alakzatok méreteinek összehasonlításakor.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A közelítő értékekkel számolás, valamint a zsebszámológép állandó használata (gazdasági matematika, térgeometria, felszín és térfogat számítás) miatt kiemelten elengedhetetlen a becslés szerepe. Szoktassuk a tanulókat a kapott eredmények realitásának eldöntésére!
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A szövegértés tudatos fejlesztése, hétköznapi szöveg „lefordítása” a matematika nyelvére, a valóságbeli problémák matematikai értelmezése (a metakogníció továbbfejlesztése). A természet jelenségeinek értelmezése, azok matematikai modellezése.
Rendszerezés, kombinativitás	A szükséges adatok kikeresése, a fölösleges adatok mellőzése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	A tanult azonosságok és összefüggések kiválasztásának képessége szükséges a geometriai és a függvénytan feladatok megoldásánál.

AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK
Szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel. Szöveges feladatok megoldása előtt a várható eredmények becslése, a kapott eredményének ellenőrzése, értelmezése, szöveges válasz a felvetett szöveges problémára. A tér- és síkgeometriai feladatok modellezése, a felvetett probléma megoldásához szükséges összefüggések felfedezése.
ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK
A korábbi években a matematika különböző témaköreinél tanult fogalmak, definíciók, tételek, összefüggések, azonosságok, algoritmusok. Közeliítő értékekkel való rutinos számolás.

## 12. ÉVFOLYAM – III. TÉMAKÖR

## GEOMETRIA

20 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	A műveleti sorrend biztos alkalmazása, különösen a térgeometria összetettebb képleteinél, behelyettesítéskor. Zsebszámológép biztos használata.
Mennyiségi következtetés	Ismert adatokból logikus rend szerint az ismeretlen adatok meghatározása. Vázlat készítése, az ismert adatok célszerű színezésével. A mennyiségek folytonossága, fogalmának továbbfejlesztése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A feladatok várható eredményének becslése, különösen a szöveges feladatok esetén. Valóságból vett feladatok matematikai átfogalmazása, azok megoldása, és az eredmények értékelése az adott valós probléma alapján.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Szövegértelmezés továbbfejlesztése, a lényegkiemelő képesség fejlesztése. A valóság tárgyainak geometriai modellezéséhez szükséges képességek továbbfejlesztése. A geometriai feladatok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztásának képessége. A geometriai feladatok megoldásának elemzése, diszkussziója
Rendszerezés, kombinativitás	A tanult síkidomok kerületének és területének rendszerező áttekintése. Ugyanazon síkidom területének többféle képlete közötti kapcsolat felfedeztetése. A geometriai feladatok megoldási tervének elkészítési képessége. A geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Az adatok rendszerezése, a feladatban szereplő adatok illesztése a megválasztott egységhez. Geometriai fogalmak segítségével az absztrakciós képesség fejlesztése.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Összefüggések, képletek felfedezése gyakorlati tapasztalatból kiindulva, azok általánosítása és alkalmazása más esetekben.



**AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK**

Csoportmunkában egy-egy feladat többféle megközelítése.  
 Testek építése, és azokon különböző tulajdonságaik felfedezése.  
 Kutatómunka:  
 - Matematikatörténeti érdekességek az egyes mértani testekkel kapcsolatban.  
 - Arkhimédész sírfelirata  
 - Fraktálok  
 - Félig szabályos testek  
 - Csillagpoliéderek  
 - Az építészet és a szobrászat remekei  
 - Előadás, vetítés számítógéppel, bemutató az aktív táblán, interaktív programok használata az internetről.

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

A kerület és a terület szemléletes fogalma.  
 A háromszögek területének meghatározása különböző adatokból.  
 Speciális négyszögek kerülete, területe.  
 Szabályos sokszögek kerülete, területe.  
 Kör, körcikk, körszelet, körgyűrű kerülete és területe.  
 A felszín és a térfogat szemléletes fogalma.  
 A poliéderek szemléletes definíciója, alapfogalmak ismerete  
 (pl.: alkotó, alaplap, magasság).  
 A hasáb, a gúla, a csonka gúla felszínének és térfogatának kiszámítása.  
 Forgáshenger és forgáskúp felszíne és térfogata.  
 Csonka kúp felszínének és térfogatának kiszámítása  
 A gömb felszínének és térfogatának ismerete.  
 Egyszerű, több testből álló térbeli alakzatok adatainak, síkmetszeteinek meghatározása.

<b>KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK</b>	
<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
<p>Korábbi tanulmányok síkidomokról, testekről.            Kerület- és területszámítás bizonyos síkidomok esetében.            Tételek kölcsönös helyzete, hajlásszögük.            Bizonyos testek felszínének és térfogatának ismerete.            A Pitagorasz-tétel és a trigonometria biztos alkalmazása.            Hasonlóság ismerete, hasonló síkidomok kerület- és terület aránya,            hasonló testek felszín- és térfogat aránya.</p>	<p>Képzőművészet, építészet, modellezés.            Természeti környezet.            Fizika, csillagászat.</p>

<b>KÖVETELMÉNYEK</b>
<p>Háromszögek, négyszögek, sokszögek kerületének és területének meghatározása bizonyos adatok ismeretében.            A körrel kapcsolatos fogalmak ismerete, és a kör és részeinek kerülete, területe.            A megismert felszín és térfogatképletek alkalmazása feladatokban.</p>

## 12. ÉVFOLYAM – IV. TÉMAKÖR

## FÜGGVÉNYEK

16 óra

KÉPESSÉGFEJLESZTÉS	
Képességfejlesztési fókuszok	A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben
Számlálás, számolás	A zsebszámológép biztos használata. A műveleti sorrend tudatos alkalmazása a valós számkörben minden tanult műveletre nézve. A százalékszámítás alapelemeivel biztos használata. A kifejezések helyettesítési értékének magabiztos meghatározása különösen a rekurzív definíció esetén.
Mennyiségi következtetés	Adott sorozatbeli elemek alapján definiált szabály szerint a többi elem kiszámolása, sorozatbeli elemek összegzése.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A gazdasági matematikában a várható reális eredmények megbecslése, és összevetése a kiszámolt értékekkel.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	A valóságból merített szöveges feladatok algebrai megfogalmazása, átültetése a matematika jelölésrendszerébe. Ez többsikú gondolkodást igényel, az ehhez szükséges képességek fejlesztése.
Rendszerezés, kombinativitás	Az összefüggések felismerésének képességét feltételezi a sorozatok elemei közötti kapcsolatok vizsgálata, a sorozatok tulajdonságainak meghatározása. A sorozat elemeinek megfigyelése grafikonon, a képi megjelenés és a valós folyamat kapcsolata. Konkrét sorozatok tulajdonságaiból következtetések levonása.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	Konkrét számokkal és összefüggésekkel megadott sorozatokból átlépés az általánosításra, illetve az általánosítás után azok konkrét alkalmazása. A kapott eredmények értelmezése.

## AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK

- Grafikonok készítése.
- Bankok ajánlatainak összehasonlítása.
- Áremelések és árleszállítási katalógusok gyűjtése, és a bennük található adatok feldolgozása.

## ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK

A sorozat fogalma, megadási módjai.  
 Sorozatok tulajdonságai.  
 Sorozatok grafikonja.  
 Számítási sorozat definíciója, tulajdonságai,  $a_n$ ,  $S_n$ .  
 Mértani sorozat definíciója, tulajdonságai,  $a_n$ ,  $S_n$ .  
 Kamatos kamatszámítás.

## KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK

Kapcsolódó tantervi témák	Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek
Algebrai azonosságok, műveletek a valós számkörben. Százalékszámítás. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Elemi függvények grafikonja, és a függvények tulajdonságai.	Alkalmazás fizikai, biológiai, kémiai törvényszerűségek leírására. A valóság diszkrét folyamatai. Közgazdasági alapismeretek és fogalmak.

## KÖVETELMÉNYEK

A számsorozat fogalma és különböző megadási módjai.  
 Alapvető összefüggések alkalmazása a számtani és a mértani sorozatoknál.  
 A sorozatok alkalmazása a valóságból vett problémák megoldásakor.  
 A kamatos kamatra vonatkozó alapvető képletek használata, és azokból bármelyik ismeretlen adat kiszámítása.

**12. ÉVFOLYAM – V. TÉMAKÖR****VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA****4 óra**

<b>KÉPESSÉGFEJLESZTÉS</b>	
<b>Képességfejlesztési fókuszok</b>	<b>A képességfejlesztés megvalósulási lehetőségei a témakörben</b>
Számlálás, számolás	Az adatsokaság elemei közötti összefüggések kiszámítása. Az azonos tulajdonságú elemek előfordulási valószínűségének meghatározása. Statisztikai diagramok elkészítése, azokból arányok illetve százalékok meghatározása
Mennyiségi következtetés	Összetett következtetési gondolatmenetek a sorozatoknál és a geometriai feladatok megoldásakor.
Becslés, mérés, valószínűségi szemlélet	A mindennapi életben lejátszódó folyamatok valószínűsége. Statisztikai adatok alapján valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolata. Statisztikai diagramok elkészítése előtt az adatsokaság specifikus jellemzőinek becslése.
Szövegesfeladat-megoldás, problémamegoldás, metakogníció	Olyan mindennapi szituációk értelmezése, ahol a véletlennek vagy a bizonytalanságnak meghatározó szerepe van. Egyszerű valószínűségi állítások jelentése a mindennapi életben. A valószínűség és a statisztika szoros kapcsolatának felismerése feladatokon keresztül.
Rendszerezés, kombinativitás	Az azonos tulajdonsággal rendelkező elemek halmazba rendezése, a halmaz számosságának meghatározása, majd az alaphalmaz számosságával összevetve valószínűségek és statisztikai mutatók meghatározása, és azok értelmezése az adott probléma kapcsán.
Deduktív következtetés, induktív következtetés	A véges mérési eredmények kiterjeszhetősége nagyobb alaphalmazra. Nagyobb alaphalmazon létrehozott statisztikai mutatók értelmezhetősége kisebb alaphalmazon.

<b>AJÁNLOTT TEVÉKENYSÉGEK</b>
Adatgyűjtés tényleges tevékenységgel, Internetről, újságokból, statisztikai zsebkönyvből. Adatok feldolgozása zsebszámológéppel, grafikus kalkulátorral és számítógéppel. Csoportmunka: a gyűjtött adatok elemzése (statisztikai mutatók, grafikonok, táblázatok).

**ISMERETEK, TANANYAGTARTALMAK**

A korábban tanult valószínűség-számítási és statisztikai fogalmak rendszerezése.

**KAPCSOLÓDÓ TÉMÁK**

<b>Kapcsolódó tantervi témák</b>	<b>Más műveltségterületi kapcsolódási lehetőségek</b>
Műveletek valós számokkal. Függvények, grafikonok. Kombinatorikai, klasszikus valószínűség-számítás. Statisztikai alapismeretek.	Az élet minden területén előforduló jelenségek valószínűségének és statisztikai mutatóinak meghatározása és értelmezése.

**KÖVETELMÉNYEK**

Adatok szemléltetése, táblázatba rendezése, adatsokaság átlagának, móduszának, mediánjának, terjedelmének, szórásának meghatározása.  
Az adatsokaságok összehasonlítása a tanult statisztikai mutatók segítségével.  
Gyakorisági diagram, grafikonok készítése.  
Gyakoriság, relatív gyakoriság ismerete.  
Kombinatorikus valószínűség-számítás.  
Elemi és összetett események megkülönböztetése  
A klasszikus (Laplace-) modell ismerete.  
*Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás ismerete.*

**12. melléklet a 12. évfolyam kerettantervéhez**

A típusú (tanórai) és C típusú (tanórán kívüli) modulok listája

I. TÉMAKÖR	GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			0 óra
Önálló modulként nem szerepel	Ezen az évfolyamon is alapvető feladat a logikus gondolkodás fejlesztése, ezért a logikai műveletek egyéb alkalmazásai a többi témakör moduljaiba beépítve jelennek meg.		
II. TÉMAKÖR	ALGEBRA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			0 óra
Önálló modulként nem szerepel	Ezen az évfolyamon az algebra korábban tanult ismereteit, eljárásait, algoritmusait a geometriai, a függvénytani és a valószínűségszámítás témakörökben alkalmazzuk.		
III. TÉMAKÖR	GEOMETRIA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			20 óra+ 6 óra
A modul sorszámja és címe	1203	Síkidomok kerülete és területe	6 óra
	1204	Poliéderek felszíne és térfogata	6 óra
	1205	Felszín- és térfogatszámítás	8 óra
Kapcsolódó C modulok	12C02	Telek és kerítés	2 óra
	12C03	A mi terünk	4 óra

IV. TÉMAKÖR	FÜGGVÉNYEK		AJÁNLOTTÓRASZÁM
			16 óra+6 óra
A modul sorszáma és címe	1201	Sorozatok	12 óra
	1202	Gazdasági matematika	4 óra
Kapcsolódó C modulok	12C01	Sorban, egymás után	5 óra
	12C04	Ismételjünk!	1 óra

V. TÉMAKÖR	VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA		AJÁNLOTT ÓRASZÁM
			4 óra
A modul sorszáma és címe	1206	Valószínűségszámítás, statisztika	4 óra



A C típusú (tanórán kívüli) modulok kapcsolódási tartalma:

12C01 Sorban, egymás után	
<b>A modul célja</b>	Sorozat fogalma, ábrázolása, nevezetes sorozatokkal való megismerkedés. A mindennapi életben előforduló gazdasági matematika kérdések megválaszolása. A bankok reklámszövegeinek értelmezése.
<b>Időkeret</b>	5 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Mindennapi életben. Szűkebb környezetben: Függvények ábrázolása, százalékszámítás. Ajánlott megelőző tevékenységek: Területszámítás. Ajánlott követő tevékenységek: Tanévvégi ismétlés.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Szövegértés, szövegértelmezés, deduktív és induktív következtetés, kombinativitás, probléma-érzékenység, összefüggések felismerése, mennyiségi következtetés

12C02 Telek és kerítés	
<b>A modul célja</b>	Sokszögekről tanultak átismétlése, a sokszögek és a kör részei területének és kerületének kiszámítása.
<b>Időkeret</b>	2 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika. Szűkebb környezetben: Térfogat és felszín kiszámítása. Szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszögben, koszinusztétel. Ajánlott megelőző tevékenységek: Sorozatok. Ajánlott követő tevékenységek: Testek térfogatának és felszínének kiszámítása.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Mennyiségi következtetés, hosszúság és terület becslése, rendszerezés, metakogníció, kombinatorikai gondolkodásmód, számolási képesség, szövegértés

12C03 A mi terünk	
<b>A modul célja</b>	A térfogat- és felszínszámítási ismeretek alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, kémia, biológia. Szűkebb környezetben: Szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszögben, sokszögek tulajdonságai. Ajánlott megelőző tevékenységek: Területszámítás. Ajánlott követő tevékenységek: Tanévvégi ismétlés.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Térlátás, térbeli viszonyok felismerése, ábrázolás, reprezentáció, térfogat és terület becslése, mennyiségi következtetés, rendszerezés, metakogníció, kombinatorikai gondolkodásmód, számolási képesség, szövegértés, probléma-reprezentáció

12C04 Még egyszer!	
<b>A modul célja</b>	A 12. osztályban tanult új ismeretek áttekintése.
<b>Időkeret</b>	1 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, gazdaságtan. Szűkebb környezetben: Függvények, síkgeometria. Ajánlott megelőző tevékenységek: Térfogat és felszínszámítás. Ajánlott követő tevékenységek: Tanévvégi ismétlés.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Értelmes memória, térlátás, térbeli viszonyok felismerése, mennyiségi következtetés, becslés, rendszerezés, metakogníció

12C05 Ismétlés a tudás anyja	
<b>A modul célja</b>	A középszintű érettségi vizsgakövetelményeiben szereplő ismeretanyag ismétlése feladatokon keresztül.
<b>Időkeret</b>	14 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Fizika, biológia, földrajz, gazdaságtan, szociológia. Szűkebb környezetben: A középiskolai matematika tananyag a modulcímek által megadott témakörökben. Ajánlott megelőző tevékenységek: A 12-edik osztályos tananyag ismétlése. Ajánlott követő tevékenységek: Próba érettségi feladatsor megírása.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Rendszerezés, érvelés, bizonyítás, probléma-érzékenység, probléma-reprezentáció, ábrázolás, térlátás, prezentáció, kombinativitás, induktív és deduktív következtetés, mennyiségi következtetés, valószínűségi következtetés, szövegértés, szövegértelmezés, relációszókincs, értelmes memória, metakogníció.
Az ismétlő foglalkozások címei (Az egyes foglalkozások feladatanyaga jóval bővebb, mint amennyi feldolgoztatható egy óra alatt.):	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. foglalkozás: <b>Halmazok</b></li> <li>2. foglalkozás: <b>Számok különböző alakban</b></li> <li>3. foglalkozás: <b>Függvények</b></li> <li>4. foglalkozás: <b>Szöveges egyenletek</b></li> <li>5. foglalkozás: <b>Egyenletek</b></li> <li>6. foglalkozás: <b>Egyenlőtlenségek</b></li> <li>7. foglalkozás: <b>Sorozatok</b></li> <li>8. foglalkozás: <b>Háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei</b></li> <li>9. foglalkozás: <b>Hasonlóság</b></li> <li>10. foglalkozás: <b>Trigonometria</b></li> <li>11. foglalkozás: <b>Geometriai számolási feladatok</b></li> <li>12. foglalkozás: <b>Koordinátageometria</b></li> <li>13. foglalkozás: <b>Statisztika</b></li> <li>14. foglalkozás: <b>Kombinatorika és valószínűségszámítás</b></li> </ol>	

12C06 Próbaérettségi	
<b>A modul célja</b>	Az írásbeli érettségi vizsga helyzetének kipróbálása, a középszintű érettségi vizsgakövetelményekben szereplő ismeretek felmérése.
<b>Időkeret</b>	4 foglalkozás
<b>Modulkapcsolódási pontok</b>	Tágabb környezetben: Szociológia, gazdaságtan. Szűkebb környezetben: A matematika érettségi vizsgakövetelményeiben szereplő ismeretanyag. Ajánlott megelőző tevékenységek: Tanévvégi ismétlés.
<b>A képességfejlesztés fókuszai</b>	Rendszerezés, kombinativitás, deduktív következtetés, valószínűségi következtetés, számolási képesség, problémamegoldás, szövegértés, szövegértelmezés, térlátás, ábrázolás, összefüggések felismerése.

## 13. melléklet: A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztésének támogatása

„Kerettanterv tanórán kívüli foglalkoztatást is működtető általános iskolák számára, Szabad Iskolákért Alapítvány, Budapest, 2008” (Kereszty Zsuzsa)

### A mozgáskorlátozott tanulók fejlődésének támogatása

- \* Tekintettel kell lennünk arra, hogy a mozgás kivitelezése elvonhatja a figyelmet a feladatról, a feladatmegjegyzésében, értelmezésében támogatnunk kell.
- \* Nem tudhatjuk, hogy a mennyiségi viszonyokat (kicsi, nagy, vastag, vékony stb.) tapintással, mozgással átélte-e, ezek megtapasztaltatása szükség esetén nélkülözhetetlen,
- \* A számlálás, számolási készségek fejlesztése során szánjuk több időt a gyakorlati tevékenykedtetésre;
- \* Ha néma olvasással nem sikerül a szöveges feladatokat értelmeznie, hangos olvasással segíthetünk;
- \* El kell fogadnunk, ha pontos, tetszetős, gyors kivitelezésre – például szerkesztéseknél – nem képes.

### A nagyothalló tanulók fejlődésének támogatása

- \* Matematikai tapasztalatait minden témakörben gazdagítani szükséges.
- \* Merev gondolkodásának rugalmasabbá tételére,
- \* absztrakt gondolkodásának fejlesztésére,
- \* nyelvi fejlesztésére a szokásosnál intenzívebben kell törekednünk.

### **A látássérült tanulók fejlődésének támogatása**

- \* Igen fontos ügyelnünk a bemutatott tárgyak, tárgyképek méretére, megvilágítására, és arra az időtartamra, amíg a tanulók megfigyelhetik azokat; tárgyak esetében rövidebb, tárgyképek esetében hosszabb exponálási időre van szükség;
- \* Formák érzékelésekor is – például geometriai témaköröknél – hosszabb exponálási időre van szükség;

### **A tanulásban akadályozott tanulók fejlődésének támogatása**

- \* Segíteni kell, hogy cselekvéseiket hallhatóan kommentálják, megfogalmaztatva velük a következő lépést is;
- \* A megszokottnál több ismétlésre van szükségük a tapasztalatszerzésben és a tapasztalatok megfogalmazásában is,
- \* Különösen fontos az önkontroll (önellenőrzés) fejlesztése.

### **A beszéd fogyatékos tanulók fejlődésének támogatása**

- \* Ha figyelmét, emlékezetét kell használnia, mindig adjunk vizuális támpontot;
- \* Mivel fogalmi gondolkodásuk sérült, a megszokottnál több gyakorlati cselekvésre van szükségük;
- \* Célszerű megtanítani a helyes ujjszámlálást, ez sokáig segítheti;
- \* Ahhoz, hogy segíteni tudjunk, feltétlenül meg kell ismernünk a gyerek megoldáshoz vezető gondolati lépéseit;
- \* Ha megoldását szavakkal nem tudja megmagyarázni, a verbális közlést egészítse ki mutogatással.

### **Az autisztikus tanulók fejlődésének támogatása**

- \* Sok gyakorlásra van szükségük azokban az esetekben, amikor az általánosból az egyesre, az egyesből az általánosra következtetniük. Például: valóság és szám megfeleltetése, számok bontott alakjai, képhez szám kapcsolása, kisebb számok körében szerzett tapasztalatok kiterjesztése nagyobb számok körére, műveleti tulajdonságok alkalmazása egyedi esetekben, geometriai tulajdonságok kiemelése;
- \* Kiemelkedő képességet mutathatnak tulajdonságok, azonosságok, különbségek megállapításában,
- \* Ha műveleteket sokféle eszközzel végeztetünk, segítséget igényelhetnek,
- \* Szöveges feladatoknál a megértés kontrollálására nagy figyelmet kell fordítanunk;
- \* Frontális feladathelyzetben fontos a rövid, pontos, a gyermek által már megtanult instrukció alkalmazása;
- \* A kooperativitásra legkönnyebben páros helyzetben taníthatjuk őket.

### **A pszichés fejlődés zavara miatt akadályozott tanulók fejlődésének támogatása**

- \* A magtartási problémával küzdő gyereket abba az ún. aktivitási térbe célszerű ültetni, amelyben a tanár a legtöbbet tartózkodik (nem a „kieső térbe”); figyelme, motivációja így tartható leginkább fenn;
- \* Mivel az önérzékelés és a szociális érzékelés általában sérült, ezért nagyon fontos a gyerek állapotát, érzéseit megérteni és minősítés nélküli értelmezni („most nagyon mérges vagy”).
- \* Diszkalkuliás tanulók esetében több tapasztalatszerzésre, gyakorlásra van szükség főleg a következő esetekben: egyenetlen ritmusú számlálás, mennyiségi relációk helytelen értelmezése, számok kihagyása, felcserélése, iránytévesztés, számok hibás grafikus megjelenítése, alpműveletek és inverzeinek értelmezési nehézsége, nehézség a szabályok felismerésében, a megtanultak alkalmazásának nehézsége.