

# MATEMATIKAI KOMPETENCIATERÜLET „B”

**SZAKMAI KONCEPCIÓ**  
A MATEMATIKAI  
KOMPETENCIA  
FEJLESZTÉSE  
MÁS TANTÁRGYAK  
KERETEI KÖZÖTT

Készítette: Vidákovich Tibor

A kiadvány az Educatio Kht.  
Kompetenciafejlesztő oktatási program kerettanterve alapján készült.

A kiadvány a Nemzeti Fejlesztési terv Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program 3.1.1. központi program (Pedagógusok és oktatási szakértők felkészítése a kompetencia alapú képzés és oktatás feladataira) keretében készült, a sulíNova oktatási programcsomag részeként létrejött tanulói információhordozó. A kiadvány sikeres használatához szükséges a teljes oktatási programcsomag ismerete és használata. A teljes programcsomag elérhető: [www.educatio.hu](http://www.educatio.hu) címen.

**Educatio Kht. 2008.**

# A MATEMATIKAI KOMPETENCIA FEJLESZTÉSE MÁS TANTÁRGYAK KERETEI KÖZÖTT

A matematikai kompetencia más tantárgyak keretei közötti fejlesztésének koncepcióját egyrészt a matematikai kompetenciaterület általános fejlesztési (szakmai) koncepciója (Vidákovich, 2005) alapján, másrészt az érintett készségek és képességek fejlődésére és fejleszthetőségére vonatkozó szakirodalmi források, kutatási előzmények (elsősorban Csapó, 2003) figyelembevételével kell kialakítanunk.

Ez azt jelenti, hogy a más tantárgyak keretei közötti fejlesztés során is kiemelten kell kezelnünk az általános fejlesztési koncepcióban meghatározott kompetenciakomponensek fejlesztését (1. számolás, számolás; 2. mennyiségi és valószínűségi következtetés; 3. becslés, mérés, mértékegységváltás; 4. szövegesfeladat- és problémamegoldás; 5. rendszerezés, kombinatívitas; 6. deduktív és induktív következtetés). A koncepció alapján adott a fejlesztés alapvető stratégiája is (tartalmaz direkt fejlesztés), mely a más tantárgyak keretei közötti fejlesztésnek egyébként is szinte az egyedül szóba jöhető formája. Ugyancsak az általános koncepció része, hogy a kritikus készségek, képességek esetében kritériumorientált fejlesztést célszerű alkalmazni.

A tervezés során a legfontosabb tennivaló a más tantárgyak keretei közötti fejlesztés stratégiájának, módszereinek további pontosítása, majd ennek alapján a kialakított stratégia szerint várhatóan valóban fejleszthető matematikai kompetenciakomponensek, készségek és képességek rendszerének összeállítása, illetve az ezek hatékony fejlesztésére alkalmas iskoláztatási szakaszok kijelölése. Ezt követően természetesen megoldandó egyrészt a készségek és képességek eredményes fejlesztését legjobban segítő tantárgyak és tantárgyi tartalmak kiválasztása, másrészt a matematikai kompetencia fontos részét képező motivációs tényezők fejlesztésének kidolgozása is.

## 1. A MÁS TANTÁRGYAK KERETEI KÖZÖTT TÖRTÉNŐ FEJLESZTÉS STRATÉGIÁJA ÉS MÓDSZEREI

A matematikai kompetencia fejlesztésének általános koncepciója szerint a fejlesztés javasolt alapstratégiája a tartalmaz direkt fejlesztés. Ennek a fejlesztési stratégiának a lényege, hogy a készségeket és képességeket a tanítási órákon, az egyébként is feldolgozandó tantárgyi tartalmak felhasználásával, azok kismértékű átalakításával fejlesztjük (Csapó, 2003; Nagy, 2000). Nyilvánvaló, hogy a más tantárgyak keretei közötti fejlesztés esetében ennek a stratégiának az alkalmazása a legcélszerűbb.

A korábbi kutatások eredményei alapján azonban az is ismert, hogy a tartalmaz direkt fejlesztéssel csak abban az esetben gyorsítható meg a készségek, képességek fejlődése, ha a fejlesztést megfelelő gyakorisággal, következetesen, és természetesen a megfelelő iskoláztatási szakaszban végezzük. Jelentős fejlesztő hatás csak attól a programtól remélhető, amelyben a fejlesztés hosszabb időszakon át, lehetőleg hetente többször sorra kerül. A hatás valószínűségét növeli, ha ugyanazoknak a készségeknek, képességeknek a fejlesztése egyszerre több tantárgyban, párhuzamosan folyik.

A matematikai kompetencia fejlesztésre kiválasztott komponensei, készségei és képességei között számos alapvető fontosságú, ún. kritikus készség és képesség van, melyek esetében a kritériumorientált fejlesztés látszik célszerűnek. A kritériumorientált fejlesztés alapelve az, hogy meghatározzuk a készség, képesség elérendő, optimális szintjét, és a fejlesztést minden tanuló esetében addig folytatjuk, amíg ezt a szintet el nem éri, vagy legalábbis eléggé meg nem közelíti (Csapó, 2003; Nagy, 2000).

A kritériumorientált fejlesztés előfeltétele, hogy ismertek legyenek a fejlesztendő készség, képesség fejlődési folyamatai, illetve a fejlettségi szintek, és ezek közül is elsősorban az optimális fejlettség szintje. Ezeken kívül természetesen szükség van kritériumorientált mérőeszközökre is, amelyekkel a készség, képesség fejlődése nyomon követhető, és a fejlesztés aktuális feladatai meghatározhatók. A matematikai kompetencia kiemelt komponensei esetében ezek a feltételek csak részben adóttak, néhány komponens fejlődésének feltérképezése, illetve a megfelelő mérőeszközök kifejlesztése további kutatásokat igényelne.

Mindezekből következik, hogy a matematikai kompetencia más tantárgyakban való fejlesztésére elsősorban olyan kompetenciakomponenseket kell kiválasztanunk, amelyek fejlesztése hosszabb időn, lehetőleg egész tanéven keresztül, több tantárgyban is folytatható. A fejlesztési program kidolgozása során figyelembe kell vennünk azt is, hogy mely készségekre, képességekre vannak már a kritériumorientált fejlesztést segítő eszközök.

Végül a fejlesztés számára legkedvezőbb iskoláztatási szakaszok meghatározása is fontos szempont, hiszen az egyes készségek, képességek fejleszthetőségi esélyei nem minden iskoláztatási periódusban azonosak, ezért a fejlesztési programot életkorfüggően kell kialakítani. A legtöbb készség, képesség esetében a fejlesztési feladatok zömét egy-két iskoláztatási szakaszban kell megoldani, ez azonban nem jelenti azt, hogy az adott szakasz(ok) végére minden tanuló eléri a kívánatos fejlettségi szintet, és az is előfordulhat, hogy jó néhány tanuló már a szakasz(ok) lezárása előtt megfelelő szintet ér el. Ezért minden iskoláztatási szakaszban gondolnunk kell az átlagosnál lényegesen lassabban és lényegesen gyorsabban fejlődők fejlesztési igényeire is.

## 2. A FEJLESZTÉSRE JAVASOLT KOMPETENCIAKOMPONENSEK ISKOLÁZTATÁSI SZAKASZOK ÉS KÉPESSÉGCSOPORTOK SZERINT

Az 1. táblázatban a matematikai kompetencia más tantárgyakban való fejlesztésre javasolt készségeit és képességeit abból a szempontból tekintjük át, hogy az általános fejlesztési koncepcióban is szereplő iskoláztatási szakaszokban (1–4., 5–8., 9–12. évfolyam) mely készségek, képességek fejlesztése tűnik a legcélszerűbbnek, illetve oldható meg a fent részletezett feltételek (megfelelő gyakoriságú, következetes fejlesztés, lehetőleg több tantárgyban párhuzamosan) mellett. A táblázat azt is mutatja, hogy az egyes kompetenciakomponensek esetében mely iskoláztatási szakaszokban kell az átlagosnál lényegesen gyorsabban (G), az átlagosnak megfelelően (Á), illetve az átlagosnál lényegesen lassabban (L) fejlődők fejlesztésére gondolnunk.

A táblázat tartalma természetesen csak javaslat, melyet matematikai tanterv- és tananyagfejlesztő, illetve szakmódszertani szakértők bevonásával lehet véglegesíteni.

1. táblázat: A matematikai kompetencia más tantárgyak keretei közötti fejlesztésre javasolt komponensei iskoláztatási szakaszok és képességcsoportok szerint

Kompetenciakomponens	1–4. évfolyam	5–8. évfolyam	9–12. évfolyam
Számlálás	Á, L	L	–
Számolás	Á, L	L	–
Mennyiségi következtetés	Á, L	L	–
Valószínűségi következtetés	G	G, Á	G, Á, L
Becslés, mérés	Á, L	L	–
Mértékegységváltás	Á, L	L	–
Szövegesfeladat-megoldás	Á, L	L	–
Problémamegoldás	G	G, Á	G, Á, L
Rendszerezés	G, Á	G, Á, L	Á, L
Kombinativitás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Deduktív következtetés	G, Á	G, Á, L	G, Á, L
Induktív következtetés	G, Á	G, Á, L	G, Á, L

A táblázat tükrözi, hogy a matematikai kompetencia fejlesztésére készülő programokban kiemelten kezelendő komponensek egy része, mint például a számlálás, számolás, a mennyiségi következtetés, a becslés, mérés, mértékegységváltás, a szövegesfeladat-megoldás erősen matematika-specifikusak. Ezeknek a készségeknek, képességeknek a fejlesztése a matematikatanítás hagyományos alapfeladatai közé tartozik, és bár alkalmazásuk esetenként más tantárgyakban is szükséges, ezeknek a feladatoknak a más tartalmakkal való megjelenítése is egyértelműen a matematikát idézi a pedagógusok és a tanulók számára egyaránt.

Nem véletlen, hogy ha ezekkel a készségekkel, képességekkel bármilyen probléma van, a más tantárgyat tanító szaktanár azonnal a matematikát, illetve a matematika szakos kollégát emlegeti, akinek ezt „meg kellett volna tanítania”. Ezért ezeknek a készségeknek, képességeknek a más tantárgyakban való fejlesztése – bármennyire is szükséges lenne – csak viszonylag szűk keretek között mozoghat, és főleg az első iskoláztatási szakaszban lehet hatásos. Ezt követően esetleg a lényegesen lassabban haladók számára adhatók a felzárkóztatást segítő, fejlesztő feladatok.

Néhány más kompetenciakomponens, mint például a valószínűségi következtetés vagy a problémamegoldás alkalmazása ugyan szintén a matematikai gondolkodásban a legjellemzőbb, de ezek egyúttal a gondolkodás olyan alapelemei, amelyek minden tantárgyban jelentősen gazdagíthatják a tananyag-feldolgozás módszereit, ezért fejlesztésük a más tárgyakat tanító szaktanárok számára is szívesen vállalt feladat lehet. Mindkét terület jellemzője, hogy az alkalmazás és így a fejlesztés lehetőségei is a második és a harmadik iskoláztatási periódusban egyre bővülnek, a lényegesen gyorsabban haladók mellett az átlagos fejlődésű, majd a lényegesen lassabban haladó tanulóknak is adhatunk ilyen jellegű feladatokat.

Végül a kiemelten kezelendő komponensek harmadik csoportja, a rendszerezés, kombinativitás, valamint a deduktív és induktív következtetés olyan általános készségeket, képességeket tartalmaz, amelyek nemcsak a különböző tantárgyakban, hanem a mindennapi élet számos területén is gyakran szükségesek, fejlettségük az intellektus fontos jellemzője. Ezért ezeknek a komponenseknek a fejlesztése szinte minden tantárgyban lehetséges, jóllehet a fejlesztő feladatok beillesztésének, illetve a fejlesztés hatékonyságának az esélyei az egyes tantárgyakban nem azonosak (Csapó, 2003).

A számos, jól dokumentált kísérleti előzmény és eredmény azonban lehetővé teszi, hogy ezeknek a készségeknek, képességeknek a fejlesztésére viszonylag könnyebben dolgozzunk ki fejlesztő feladatsorokat. A négy komponens fontossága és a fejlesztés kísérleti megalapozottsága alapján a más tantárgyak keretei közötti fejlesztésre elsősorban a rendszerezés, kombinativitás, deduktív és induktív következtetés készségeit, képességeit javasoljuk, ezért ezeket a következő pontban részletesebben is bemutatjuk.

### 3. A RENDSZEREZŐ ÉS KOMBINATÍV KÉPESSÉG, A DEDUKTÍV ÉS INDUKTÍV GONDOLKODÁS FEJLESZTENDŐ RÉSZKÉPESSÉGEI

Mint arra már utaltunk, a rendszerezés, kombinativitás, illetve a deduktív és induktív gondolkodás fejlődésével, fejlesztésével kapcsolatban számos magyar nyelvű publikáció ismert. A következőkben a négy képességcsoport rövid bemutatása során ezekre támaszkodunk, de a sokféle rész-képesség, rész-képesség részletes leírása nem lehet a koncepció feladata, ez megtalálható az idézett publikációkban.

A négy kompetenciakomponens fejlesztésre javasolt összetevőit a 2. táblázat foglalja össze. A táblázatban a komponenseket a képességkutatás és -fejlesztés hazai szakirodalmában szokásos terminológiát követve a *rendszerező képesség*, *kombinatív képesség*, *deduktív gondolkodás*, *induktív gondolkodás* címszavak alatt soroltuk fel. Az előző táblázathoz hasonlóan feltüntettük azt is, hogy az egyes készségek, képességek fejlesztését mely iskoláztatási szakaszokban, illetve milyen képességű tanulók számára javasoljuk (G: az átlagosnál lényegesen gyorsabban haladók, Á: átlagos ütemben haladók, L: az átlagosnál lényegesen lassabban haladók). Az utóbbi szempontokból mind a négy képességterületen belül sokféle változat előfordul, a fejlesztés hangsúlyai tehát nemcsak iskoláztatási szakaszonként, hanem a tanulók képességszintje, fejlődési üteme szerint is eltérhetnek.

A táblázat tartalma itt is csak javaslat, melyet matematikai és szakmódszertani szakértők bevonásával szükséges megvitatni, illetve lehet véglegesíteni.

2. táblázat: A rendszerező és kombinatív képesség, valamint a deduktív és induktív gondolkodás fejlesztendő komponensei iskoláztatási szakaszok és képességszintek szerint

Kompetenciakomponens	1–4. évfolyam	5–8. évfolyam	9–12. évfolyam
<b>Rendszerező képesség</b>			
Halmazképzés, -besorolás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Definiálás	G	G, Á	G, Á, L
Felosztás	G, Á, L	Á, L	L
Sorképzés, sorképző osztályozás	G, Á, L	Á, L	L
Hierarchikus osztályozás	G	G, Á	G, Á, L
<b>Kombinatív képesség</b>			
Permutálás	Á, L	L	–
Variálás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Kombinálás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Összes részhalmaz képzése	G	G, Á	G, Á, L
Descartes-szorzat képzése	G, Á	G, Á, L	Á, L
<b>Deduktív gondolkodás</b>			
Kapcsolás	Á, L	L	–
Választás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Feltételképzés	–	G, Á	G, Á, L
Előrelépő következtetés	Á, L	L	–
Visszalépő következtetés	G, Á	G, Á, L	Á, L
Választó következtetés	G, Á	G, Á, L	Á, L
Lánckövetkeztetés	G, Á	G, Á, L	Á, L
Kvantorok	–	G, Á	G, Á, L
<b>Induktív gondolkodás</b>			
Kizárás	G, Á	G, Á, L	Á, L
Átkódolás	G	G, Á	G, Á, L
Analógiák képzése	G, Á	G, Á, L	Á, L
Sorozatok képzése	G	G, Á	G, Á, L

A rendszerező képesség (Nagy, 2003) matematikai alapját a halmazokkal és relációkkal kapcsolatos műveletek képezik, a képesség fejlesztése azonban természetesen nem ezeknek a műveleteknek a megtanítását és gyakoroltatását jelenti, hanem az ezekre épülő gondolkodási sémák különböző tartalmakon való alkalmazását. A táblázatban látható részképességek közül a halmazképzés, besorolás, illetve a definiálás legjobban a fogalomkialakítással kapcsolatban működtethető, például dolgok közös tulajdonságai alapján halmazok alkotását, megnevezését vagy dolgoknak adott halmazokba való besorolását, illetve fogalmak adott tulajdonságok felhasználásával történő pontos meghatározását kérhetjük. A sorképzés és a hierarchikus osztályozás a dolgok közötti viszonyok alapján történő rendezésre épül, a sorképzés egydimenziós rendezést (idősor, mennyiségi sor, tartalmazási sor), a hierarchikus osztályozás pedig elágazó struktúrájú rendezést igényel.

A kombinatív képesség (Csapó, 2003; Nagy, 2004) matematikai hátterében a kombinatorikai műveletek állnak, de a képességfejlesztés itt sem ezeknek a tudatosítását, gyakorlását jelenti, hanem a megfelelő gondolkodási műveletek, halmazképzési algoritmusok konkrét tartalmakon való alkalmazását. A felsorolt részképességek közül a permutálás adott halmaz elemeinek sorba rendezését, a variálás adott halmazból meghatározott elemszámú rendezett részhalmazok kiválasztását, a kombinálás pedig adott halmazból meghatározott elemszámú, de nem rendezett részhalmazok kiválasztását jelenti. Az összes részhalmaz képzése hasonló a kombináláshoz, de az összes lehetséges elemszámú részhalmazt ki kell választani, a Descartes-szorzat képzése során pedig két halmaz elemeiből kell rendezett elem párokat kialakítani.

A deduktív gondolkodás (Vidákovich, 2002; 2004) matematikai alapja a klasszikus logika, de a fejlesztés során itt sem logikatanításról van szó. A felsorolt részképességek három csoportot képeznek. Az első csoportba a kétváltozós műveletek tartoznak, a kapcsolás az „és”, a választás a „vagy” és a „vagy..., vagy”, a feltételképzés a „ha..., akkor” és az „akkor és csak akkor..., ha” nyelvi elemek alkalmazásával képezhető összetett mondatok értelmezését igényli. A második csoport a következtetések csoportja, ezek közül az előrelépő és a visszalépő következtetés egyaránt a feltételképzés műveletét használja, de az első az előtag megerősítésével, a második pedig az utótag tagadásával. A lánckövetkeztetés már két feltételes állításra épül, ahol az első állítás utótagja és a második állítás előtagja azonos. A választó következtetésben a választás művelete szerepel, az egyik tag állításából vagy tagadásából kell a másik tagra következtetni. A kvantorok feladataiban a „minden” és a „van olyan” nyelvi sémákat és szinonimáikat kell alkalmazni.

Az induktív gondolkodás (Csapó, 2003) matematikai háttere a szabályfelismerés és szabályalkotás. A fejlesztés lényege itt sem a matematikai módszerek tanítása, hanem a szabályfelismerés és szabályalkotás műveletének gyakorlása konkrét tartalmakon. Például az ebbe a csoportba tartozó kompetenciakomponensek közül a kizárás szabályfelismerést, illetve a kivétel megtalálását igényli, lényegében „kakukktojás” feladat. Az átkódolás konkrét példákon felismert művelet alkalmazását jelenti újabb konkrét esetben. Az analógiák képzése a konkrét példával bemutatott kapcsolat felismerésére és további alkalmazására épül, a sorozatok képzéséhez pedig néhány elem alapján a sorozat műveleti szabályának felismerése és ennek alapján további elemek előállítására van szükség.

A négy kompetenciakomponens rövid jellemzése mutatja, hogy mindegyik készség, képesség alapját matematikai struktúrák képezik, de a pedagógusnak a nem matematikai tantárgyi tartalmakon végzett fejlesztéshez nincs szüksége a háttérstruktúrák alaposabb ismeretére. A fejlesztő programok felépítésének mélyebb megértését azonban segítheti a kapcsolódó matematikai témakörök, a felhasznált matematikai struktúrák átgondolása. A tanulóknak pedig a képességek háttérében álló matematikai struktúrákat semmiképpen nem kell ismerniük, a más tantárgyakban történő fejlesztés során azokat nemcsak hogy nem kell megtanítani, hanem meg sem kell említeni. A halmazok, relációk, a kombinatorika, a logika, a szabályfelismerés és szabályalkalmazás tanítása, gyakoroltatása a matematikatanítás feladata.

#### 4. A MÁΣ TANTÁRGYAK KERETEI KÖZÖTTI FEJLESZTÉS TARTALMI ÉS SZERVEZÉSI KÉRDÉSEI

A matematikai kompetencia fejlesztendő komponensei elvileg igen sokféle tartalommal működtethetők, tehát sokféle nem matematikai környezetben is fejleszthetők. Az iskolai, tantárgyi keretek között történő kompetenciafejlesztés lehetőségeit azonban korlátozza az, hogy a valóban eredményt ígérő, tehát megfelelő gyakoriságú, következetes, lehetőleg az egész tanévre elosztott fejlesztés csak olyan tantárgyakban lehetséges, amelyeknek tananyagában viszonylag gyakran és egyenletesen fordulnak elő a képességfejlesztő feladatok beillesztésére alkalmas anyagrészek. Ez a feltétel a matematikai kompetencia néhány komponense (elsősorban a rendszerezés, kombinativitás, illetve a deduktív és induktív következtetés) esetében több tantárgyban is teljesül, míg más komponensek (különösen az erősebben matematikaspecifikus készségek, képességek) esetében csak egyes tantárgyak egyes témakörei alkalmasak ilyen jellegű fejlesztésre.

A matematikai kompetencia kiemelten fejlesztendő komponensei és a fejlesztésre alkalmas tantárgyak közötti lehetséges megfeleltetéseket a 3. táblázatban foglaltuk össze. A táblázat csak az 1. táblázatban már megjelölt fejlesztési periódusokra ad meg tantárgyakat, és csak olyanokat, amelyek anyagába a korábbi képességfejlesztő kísérletek tapasztalatai alapján nagy valószínűséggel beilleszthető a megfelelő mennyiségű és minőségű fejlesztő feladat. A táblázatban egy-egy kompetenciakomponenshez és iskoláztatási szakaszhoz több tantárgy is tartozik, ez választási lehetőségeket jelent. A korábbiakban azonban már utaltunk arra, hogy a fejlesztés hatékonyabb, ha párhuzamosan több tantárgyban is zajlik, ezért célszerű minden készséget, képességet minden évfolyamon legalább két-három tantárgyban fejleszteni.

3. táblázat: A matematikai kompetencia kiválasztott komponenseinek fejlesztésére javasolt iskoláztatási szakaszok és tantárgyak

Kompetenciakomponens	1–4. évfolyam	5–8. évfolyam	9–12. évfolyam
Számlálás	ének-zene, technika, természetismeret, testnevelés	–	–
Számolás	ének-zene, technika, természetismeret, testnevelés	–	–
Mennyiségi következtetés	ének-zene, technika, természetismeret, testnevelés	–	–
Valószínűségi következtetés	ének-zene, technika, természetismeret, testnevelés	biológia, fizika, földrajz, kémia, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, történelem
Becslés, mérés	technika, természetismeret, testnevelés	–	–
Mértékegységváltás	technika, természetismeret, testnevelés	–	–
Szövegesfeladat-megoldás	technika, természetismeret	–	–
Problémamegoldás	technika, természetismeret	biológia, fizika, földrajz, kémia, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, történelem
Rendszerezés	magyar, technika, természetismeret	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem
Kombinativitás	magyar, technika, természetismeret	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem
Deduktív következtetés	magyar, technika, természetismeret	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem
Induktív következtetés	magyar, technika, természetismeret	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem	biológia, fizika, földrajz, kémia, magyar, történelem

Mivel a matematikai kompetencia komponensei leginkább a természettudományi tárgyak készségeivel és képességeivel mutatnak rokonságot, ezért érthető, hogy a táblázatban felsorolt tantárgyak nagyobb része is ebbe a körbe tartozik. Ugyanakkor a természettudományi tárgyak, különösen a fizika, kémia viszonylag kis óraszámú és emellett zsúfolt tananyaga nem mindig kedvez a képességfejlesztésnek. A korábbi képességfejlesztő kísérletek tapasztalatai azt mutatják, hogy a biológia, földrajz, sőt a humán tantárgyak (magyar, történelem) sokszor rugalmasabb kereteket kínálnak a képességfejlesztő feladatok beillesztésére.

A fejlesztés keretétől szolgáló tantárgyak kijelölése után ki kell választanunk azokat a témaköröket, tartalmakat, amelyekhez a fejlesztő feladatokat kapcsoljuk. Erre a célra olyan témakörök alkalmasak, amelyek viszonylag nagyobb terjedelműek, több tanítási órán is sorra kerülnek, így az ezekhez készült feladatok több alkalommal is használhatók lesznek, ugyanakkor a tartalmak újbóli felidézése nem lesz erőltetett. Célszerű, ha a kiválasztott témakörök egyenletesen helyezkednek el a tanév anyagában, mert így megoldható az is, hogy a fejlesztésre megfelelő gyakorisággal kerüljön sor, esetleg az egész tanévet átfogva.



A képességfejlesztő feladatok beillesztése során meg kell határoznunk azok alkalmazásának helyét és módját is. Ennek korlátja általában a tananyag viszonylagos zsúfoltsága, illetve a tanmenet szerinti haladás kényszere. Ezért a készség- és képességfejlesztő feladatok elvégzését úgy kell ütemoznünk, hogy az ezekkel történő foglalkozás legfeljebb tanóránként 5-10 percet vegyen igénybe. Még így is számolnunk kell azzal, hogy a fejlesztésre csak akkor szánhatunk megfelelő mennyiségű időt, ha a tananyag egyes részeit lerövidítjük, szükség esetén elhagyjuk.

A döntés nyilván nem könnyű, de a matematikai kompetencia legfontosabb, ún. kritikus készségei, képességei esetében ezek a módosítások elkerülhetetlenek. Azaz a néhány kritikus készség fejlesztését fontosabbnak kell tekintenünk, mint a tananyag maradéktalan, előre eltervezett ütemben történő feldolgozását. Ha ezeket a készségeket, képességeket kritériumorientált módszerekkel az optimális használhatóság szintjére kívánjuk fejleszteni, akkor ehhez differenciált, egyénre szabott fejlesztés szükséges.

Végül megtervezendők és kidolgozandók a tartalmas direkt, egyes esetekben kritériumorientált fejlesztés céljait szolgáló eszközök is. A fejlesztéshez általában ötféle eszköz lehet szükséges. A tanári kézikönyv minden esetben elkészítendő, a pedagógusok ebből ismerhetik meg a fejlesztés koncepcióját, módszereit, illetve ebben találják meg az alkalmazásra javasolt feladatokat. Az értékelő eszközök mindazon készségek és képességek esetében szükségesek, amelyekre a fejlesztés célváltozói épülnek, azaz amelyek fejlettségét többé-kevésbé rendszeresen értékelni kell. Tanulói munkafüzet-re nem minden készség, képesség fejlesztéséhez van szükség, mivel egyes esetekben az egyébként is meglévő tananyagok, munkafüzetek is jól használhatók. Speciális eszközök csak néhány készség esetében jöhetnek szóba, ezek egyrészt a tanári szemléltetést, másrészt a tanulói munkát segítik. Végül a fejlődési mutató a kritériumorientált készség- és képességfejlesztés nélkülözhetetlen kelléke, ennek segítségével követhető nyomon a fejlődés menete és határozható meg a hátralevő fejlesztési feladatok.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- C. Neményi Eszter és Somfai Zsuzsa (2001): *A matematikai tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai*.  
Csapó Benő (2003): *A képességek fejlődése és iskolai fejlesztése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.  
Csíkos Csaba és Dobi János (2001): *Matematikai nevelés*. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből*. Osiris Kiadó, Budapest, 355–372.  
Dobi János (szerk., 1994): *A matematikatanítás a gondolkodásfejlesztés szolgálatában*. PSZMP – Calibra – Keraban, Budapest.  
Nagy József (2000): *XXI. század és nevelés*. Osiris Kiadó, Budapest.  
Nagy József (2003): *A rendszerező képesség fejlődésének kritériumorientált feltárása*. Magyar Pedagógia, 3. sz., 269–314.  
Nagy József (2004): *Az elemi kombinatív képesség kialakulásának kritériumorientált diagnosztikus feltárása*. Iskolakultúra, 8. sz., 3–20.  
Vidákovich Tibor (2002): *Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása*. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest, 201–230.  
Vidákovich Tibor (2004): *Tapasztalati következtetés*. In: Nagy József (szerk.): *Az elemi alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. Mozaik Kiadó, Szeged, 52–62.  
Vidákovich Tibor (2005): *A matematikai kompetencia fejlesztésének koncepciója*. sulINova Kht., Budapest.

dr. Vidákovich Tibor